

· 基础理论研究 ·

Compton 散射下非傍轴光束的小尺度自聚焦

衡耀付^a, 郝东山^{b*}

(黄淮学院 a 电子科学与工程系; b 信息工程系, 河南 驻马店 463000)

摘 要: 基于电子和多光子集团非线性 Compton 散射模型和非傍轴传输方程, 得到了多光子非线性 Compton 散射下的小尺度调制增长率的表达式, 讨论了入射与散射光形成耦合非傍轴光对小尺度自聚焦的影响. 通过对非傍轴和傍轴情形下小尺度调制的增益谱分析, 发现耦合非傍轴光对小尺度调制增益谱的影响程度与光强有关. 与散射前相比, 随光强的增强, 影响更大, 总趋势是使小尺度调制增长的截止频率、最快增长频率和最大增长频率迅速减小, 而对截止频率和最快增长频率的影响比对最大增长频率的影响更大.

关键词: 非傍轴; 小尺度自聚焦; 调制; 多光子非线性 Compton 散射

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0972(2008)03-0369-03

Small-scale Self-focusing of Non-paraxial Laser Beams under Compton Scattering

HENG Yao-fu^a, HAO Dong-shan^{b*}

(a Department of Electron Sciences and Engineering;

b Department of Information Engineering, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)

Abstract: Using the model of the nonlinear Compton scattering of an electron and multi-photon group and the non-paraxial propagation equation, the small-scale self-focusing of the non-paraxial laser beams under the multi-photon nonlinear Compton scattering was studied, and the influence on the small-scale self-focusing taken place by the coupling optical formed by incident and scattered optical beams was discussed. An analytic expression for the gain spectrum was obtained. The results show that the influence on the small-scale self-focusing is related with the intensity of the coupling non-paraxial laser beam. The influence is bigger with the increase of the optical incident than that before the scattering. But the nonparaxiality exerts more influence on the cutoff frequency, the fastest growing frequency and the biggest growing frequency than on the maximum growth.

Key words: non-paraxial; small-scale self-focusing; modulation; multi-photon nonlinear Compton scattering

0 引言

自聚焦是非线性光学中的一个基本物理现象^[1]. 通常将自聚焦分成大尺度自聚焦 (又称全光束自聚焦) 和小尺度自聚焦. 自聚焦都会造成介质的损坏, 而小尺度自聚焦的危害更大. 它会使光束因小相位和振幅调制而变得局部不稳定, 分裂成一根根非常强的细丝, 导致介质的局部破坏, 使激光器输出功率受限. 因此, 小尺度自聚焦已引起了人们的高度关注和深入研究^[2-5].

在对非傍轴光小尺度自聚焦的研究中, 人们发现调制

增益谱与光强度有关, 给出了其调制增长截止频率、最快增长频率、最大增长率的表达式^[6-7]. 应指出的是, 这些研究都是基于线性扰动理论. 实验指出, 当入射激光强度为 10^{16} W/cm² (电场强度达 10^{10} V/m) 数量级以上时, 电子与光子间的非线性 Compton 散射开始显现^[8], 此时扰动将会从背景光中提取越来越多的能量, 其幅度最终变得可与背景光相比拟, 线性理论不再适用. 由此可见, 散射对非傍轴光束的小尺度自聚焦的影响是不能忽略的. 近期, 虽然我们也曾对 Compton 散射对增益介质中的小尺度自聚焦的影响进行

收稿日期: 2007-12-14; 修订日期: 2008-05-25; *. 通讯联系人, E-mail: haodongshan1948@126.com

基金项目: 河南省教育厅自然科学基金基础研究计划项目 (2007140010)

作者简介: 衡耀付 (1966-), 男, 河南西平人, 副教授, 硕士, 主要从事激光物理基础理论研究; 郝东山 (1949-), 男, 河南西平人, 教授.

了研究,但并未涉及非傍轴光对小尺度自聚焦的影响。

2 Compton 散射下非傍轴光束的传输

当介质中发生多光子非线性 Compton 散射,则散射光频率^[9]及入射与散射光的耦合频率分别为

$$\omega_s = \frac{N\omega(1+\beta_{e0}\cos\theta_0)(1-\beta_{ef}\cos\theta'_1)}{\eta^2 + \eta N \hbar \omega(1+\beta_{e0}\cos\theta_0)(1-\cos\theta)/m_0 c^2}, \quad (1)$$

$$\omega_c = \omega \left[\frac{N\omega(1+\beta_{e0}\cos\theta_0)(1-\beta_{ef}\cos\theta'_1)}{\eta^2 + \eta N \hbar \omega(1+\beta_{e0}\cos\theta_0)(1-\cos\theta)/m_0 c^2} - 1 \right], \quad (2)$$

其中: θ_0 是电子和光子散射前运动方向的夹角; θ'_1 和 θ 是电子静止坐标系中电子与散射光子运动方向的夹角和光子散射角; $\eta = |Y_{e0} - Y_{ef}|/(Y_{e0} - 1)$ 是量度散射非线性的参量, $Y_{e0} = [1 - (v_{e0}/c)^2]^{-1/2} = (1 - \beta_{e0}^2)^{-1/2}$ 和 $Y_{ef} = [1 - (v_{ef}/c)^2]^{-1/2} = (1 - \beta_{ef}^2)^{-1/2}$, $\hbar = h/2\pi$, v_{e0} 和 v_{ef} 分别为电子散射前后的 Lorentz 因子、速度; N 、 c 、 $\hbar$ 、 m_0 、 ω 分别为与电子同时作用的光子数、真空中的光速、普朗克常数、电子的静止质量、入射光频率。在考虑耦合光的频率时,其频率应为 $\omega_c = \omega \pm \omega_s$,因 $d(\omega_0 + \omega_s)/dt$ 难以被仪器检测到,故仅考虑 $\omega_c = \omega - \omega_s$ 情况。

若耦合光 $E_c(x, y, z, t) = A_c(x, y, z) \exp(i\omega_c t - k_c z)$ 在 Kerr 介质中传输,其中 $k_c = n_1\omega/c + (\Delta n_1\omega + n_1\Delta\omega)/c$ 和 $n_{c1} = n_1 + \Delta n_1$ 是耦合光的波数和线性折射率, $k = n_1\omega/c$ 和 $\Delta k = (\Delta n_1\omega + n_1\Delta\omega)/c$, n_1 和 Δn_1 分别是介质对入射光的波数及增量、线性折射率及增量。介质折射率为 $n_c = n_1 + n_2|E|^2 + (\Delta n_1 + \Delta n_2|E|^2 + n_2|2E\Delta E|)$,其中 $n = n_1 + n_2|E|^2$ 和 $\Delta n = (\Delta n_1 + \Delta n_2|E|^2 + n_2|2E\Delta E|)$ 为 Kerr 介质对入射光的折射率及增量, $n_{c2} = n_2 + \Delta n_2$, n_2 和 Δn_2 分别为介质对耦合光的非线性折射率、入射光的非线性折射率及增量, $E_c = E + \Delta E$, E 和 ΔE 分别为耦合光场强、入射光场强及增量。这里,因 Δ^2 项很小,已将其忽略。在傍轴近似下,电场包络 $A_c(x, y, z) = A(x, y, z) + \Delta A(x, y, z)$ 的演化满足的方程为

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} - \nabla^2 A - 2 \frac{n_2}{n_1} k^2 |A|^2 A + [2i(\Delta k \frac{\partial A}{\partial z} + \Delta k \frac{\partial \Delta A}{\partial z} - \Delta k \frac{\partial \Delta A}{\partial z} \nabla^2 \Delta A) - 2(\frac{\Delta n_2}{n_1} - \frac{n_2 \Delta n_1}{n_1^2} + 2 \frac{n_2 \Delta A}{n_1} k^2 |A|^2 A - 4 \frac{n_2}{n_1} k \Delta k |A|^2 A - 2 \frac{n_2}{n_1} k^2 |A|^2 \Delta A)] = 0, \quad (3)$$

其中 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 。由 $u_c = u + \Delta u = \sqrt{n_{c2}/2n_{c1}A_c} = \sqrt{n_2/2n_1A} + \sqrt{n_2/2n_1\Delta A}$ 和 $(X, Y, Z) = k_c(x, y, z)$,可得到散射下傍轴近似的非线性 Schrodinger 方程为

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) u + i|u|^2 u + [\frac{\partial \Delta u}{\partial z} + \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \Delta u + i|3u^2 \Delta u|] = 0, \quad (4)$$

在式(3)、式(4)中,等号左端方括号项为散射引起的修正项。仿照文献[6],将式(4)推广到非傍轴情形,则有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) u + i|u|^2 u + [\frac{\partial \Delta u}{\partial z} + \\ & \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \Delta u + i|3u^2 \Delta u|] = -\frac{i}{8} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})^2 u - \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) - \frac{i}{3} |\frac{\partial u}{\partial x}|^2 u - \\ & \frac{i}{3} (|u|^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u^2 \frac{\partial^2 (u + \Delta u)}{\partial x^2}) - \frac{i}{3} \frac{\partial}{\partial x} (|u|^2 \frac{\partial u}{\partial x}) + [\frac{i}{8} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) - \frac{i}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) |3u^2 \Delta u| - \frac{i}{3} |\frac{\partial \Delta u}{\partial x}|^2 \Delta u - \\ & \frac{i}{3} \frac{\partial}{\partial x} (|2u\Delta u| \frac{\partial \Delta u}{\partial x}) - \frac{i}{3} (|2u\Delta u| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + |u|^2 \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial x^2} + \\ & |2u\Delta u| \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial x^2} - |2u\Delta u| \frac{\partial^2 (u + \Delta u)}{\partial x^2})], \quad (5) \end{aligned}$$

等号右端方括号里的项为散射引起的修正项。显然,式(5)有稳态解 $u = (u_0 + u_1) \exp(-iu_0^2 Z) \exp(-i2u_0\Delta u_0 Z)$ 。可见,散射使背景光 u_0 增强。应用 B-T 扰动理论,可得耦合光和复扰动($e_c = e_{c1} + ie_{c2}$)为

$$\begin{aligned} u_c &= u + \Delta u = [(u_0 + \Delta u_0)(1 + e_1 + \Delta e_1 + i(e_2 + \Delta e_2)) \exp[-i(u_0 + \Delta u_0)^2 Z] = [u_0(1 + e_1 + ie_2) + \Delta u_0(1 + e_1 + ie_2) + u_0(\Delta e_1 + \Delta e_2)] \exp(-iu_0^2 Z) \exp(-i2u_0\Delta u_0 Z). \quad (6) \end{aligned}$$

可见,散射使原光场和复扰动发生了变化。由式(5)、式(6),结合 $e_{c1}, e_{c2} \ll 1$,可得 e_{c1}, e_{c2} 的耦合方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial e_1}{\partial z} - \frac{1}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) e_2 + [\frac{\partial \Delta e_1}{\partial z} - \frac{1}{2} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \Delta e_2] = -\frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_2}{\partial x^4} - \frac{1}{4} \frac{\partial^4 e_2}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_2}{\partial y^4} + \\ & \frac{3}{2} u_0^2 \frac{\partial^2 e_2}{\partial x^2} - \frac{1}{2} u_0^2 \frac{\partial^2 e_2}{\partial y^2} - [\frac{1}{8} \frac{\partial^4 \Delta e_2}{\partial x^4} + \frac{1}{4} \frac{\partial^4 \Delta e_2}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{8} \frac{\partial^4 \Delta e_2}{\partial y^4} + u_0 \Delta u_0 (-3 \frac{\partial^2 e_2}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial^2 \Delta e_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta e_2}{\partial y^2}) - \frac{1}{2} u_0^2 (-3 \frac{\partial^2 \Delta e_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta e_2}{\partial y^2})]. \quad (7) \end{aligned}$$

为简单起见,假定 e_{c1} 和 e_{c2} 为一维正弦扰动形式,并随传输距离指数增长,即

$$\begin{aligned} e_{c1} &= e_1 + \Delta e_1 = e_{10} \exp[(g + \Delta g)Z] \cos[(q + \Delta q)X], \quad (8) \\ e_{c2} &= e_2 + \Delta e_2 = e_{20} \exp[(g + \Delta g)Z] \cos[(q + \Delta q)X]. \quad (9) \end{aligned}$$

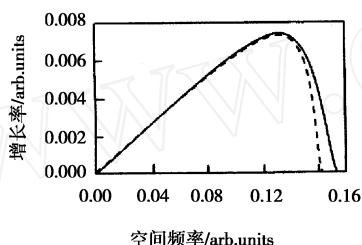
其中 e_{10} 和 e_{20} 为散射前扰动的初始幅值, q 和 Δq , g 和 Δg 分别是与扰动的横向特征尺寸有关的空间频率和增量、扰动的指数增长率和增量。由式(7)、式(8)、式(9),并消去 e_1 和 e_2 ,得到 g 的表达式为

$$\begin{aligned} g^2 &= q^2 (u_0^2 - \frac{q^2}{4}) + q^2 [3u_0^2 - (\frac{11}{4}u_0^2 + \frac{17}{12})u_0^2 q^2 - \\ & (\frac{5}{12}u_0^2 + \frac{1}{8})q^4 - \frac{1}{64}q^6] + (2u_0^2 \Delta q + \end{aligned}$$

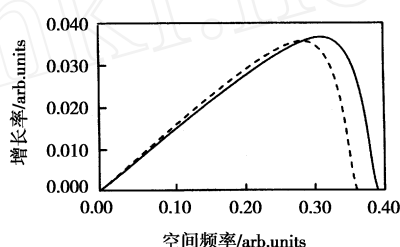
$$\begin{aligned}
 & 2u_0 q^2 \Delta u_0 - \frac{q^2 \Delta q}{2} + 6u_0^4 q \Delta q + 6u_0^3 q^2 \Delta u_0 - \\
 & 11u_0^4 q^3 \Delta q - 11u_0^3 q^4 \Delta u_0 - \frac{22}{3} u_0^2 q^3 \Delta q - \frac{11}{3} u_0 q^4 \Delta u_0 - \\
 & 2q \Delta q - \frac{1}{2} q^3 \Delta q - \frac{3}{32} q^5 \Delta q, \quad (10)
 \end{aligned}$$

式(10)中等号右端第1项是基于傍轴波动方程所得到的指数增长率,第2项为非傍轴项的贡献,第3项为散射的贡献.在小尺度自聚焦的分析中,2个最重要的量是最快增长频率 q_m 和最快增长率 g_{max} . 利用式(10)及关系式 $\partial g / \partial q = 0$, 很容易得到这2个量. 为了直观地了解 Compton 散射下非傍轴对小尺度自聚焦的影响,这里直接对式(10)作数值分析. 采用文献[6]的参数:初始时刻的光强 $I_{max} = |E|^2 = 1.0$, $n_0 = 1$, $n_2 = 0.015$, 而且取 $\Delta E = 0.1$, $\Delta n_0 = 0.1$, $\Delta n_2 = 0.001$. 这里, $|E|^2$ 和 n_2 的单位不重要,而真正重要的非线性

性对折射率的贡献,即 $(n_2 + \Delta n_2) |E + \Delta E|^2$. 傍轴和非傍轴小尺度自聚焦调制增益谱如图1a所示. 当 $I_{max} = |E|^2 = 5.0$, 其他参数不变时,傍轴和非傍轴情形下小尺度自聚焦调制增益谱如图1b所示. 由图1可看出: (1)非傍轴和散射对 q_m 和扰动增长的截止频率 q_0 的影响很大,它使二者均较快地减小,而且光强和散射越强,非傍轴光的影响越厉害; (2)非傍轴虽然也使 g_{max} 减小,但对它的影响不如对 q_m 和 q_0 那么敏感; (3)非傍轴情形下小尺度自聚焦调制增益谱与傍轴情形相似,可以说前者是后者的高阶修正. 光强和散射越强,非傍轴的影响越大,所以在超强传输情形下,需要考虑非傍轴和散射的影响. 但应指出,在某些情况下,初始光强可能不是太强(其功率仍超过自聚焦临界功率),但当传播一定距离后,光束将产生整体自聚焦,这时光强和散射会迅速增强,非傍轴和散射的影响就比较突出.



a 条件: $I_{max} = |E|^2 = 1.0$, $n_0 = 1$, $n_2 = 0.015$



b 条件: $I_{max} = |E|^2 = 5.0$, $n_0 = 1$, $n_2 = 0.015$

图1 Compton 散射下傍轴和非傍轴小尺度自聚焦调制增益谱

Fig 1 Small-scale self-focusing gain spectrum on the non-paraxial and paraxial laser beams under Compton scattering
——是傍轴, 是非傍轴

3 结 论

通过以上讨论,可得出如下结论:非傍轴和散射对小尺度调制增益谱的影响程度与入射光强和散射有关,入射光强和散射越强,影响越大,但总的趋势是非傍轴和散射使小

尺度调制增长的截止频率、最快增长频率和最大增长率迅速减小,而对截止频率和最快增长频率的影响比对最大增长率的影响更大.

参考文献:

- [1] Bepko V I, Talanov V I. Theory on Small-scale Self-focusing [J]. JETP Lett(S0021-3640), 1966, 3: 307-310.
- [2] Blanchot N, Rouyer C, Sauteret C, et al. Amplification of Sub-100-TW Femtosecond Pulses by Shifted Amplifying Nd: Glass Amplifiers: Theory Experiments [J]. Opt Lett(S0146-9592), 1995, 20(4): 395-397.
- [3] Stuart B C, Perry M D, Miller J, et al. 125-TW Ti: Sapphire Nd: Glass Laser System [J]. Opt Lett(S0146-9592), 1997, 22(4): 242-244.
- [4] Chambaret J P, Blance C L, Cherau G, et al. Generation of 25-TW, 32fs Pulses at 10 Hz [J]. Opt Lett(S0146-9592), 1996, 21(23): 1921-1923.
- [5] Ammann H, Hodel W, Weber H P. Experimental and Numerical Investigation of Short Pulse Propagation and Amplification Around 1.3 μm in a Na^3+ -Doped Fluoride Fiber [J]. Optical Communications(S0030-4018), 1994, 113: 39-45.
- [6] 文双春, 范滇元. 非傍轴光束的小尺度自聚焦 [J]. 物理学报, 2000, 49(3): 460-462.
- [7] 文双春, 范滇元. 增益(损耗)介质中高功率激光束的小尺度自聚焦理论研究 [J]. 物理学报, 2000, 49(7): 1282-1286.
- [8] 孔 青, 朱立俊, 王加祥, 等. 电子在超强激光场中的动力学特性 [J]. 物理学报, 1999, 48(4): 650-660.
- [9] 郝东山, 黄晓东. 增益介质中 Compton 散射对小尺度自聚焦的影响 [J]. 量子电子学报, 2007, 27(3): 374-380.
- [10] 吕 健, 郝东山. Compton 散射光在等离子体通道中的传输特性 [J]. 核聚变与等离子体物理, 2005, 25(3): 205-212.

责任编辑:任长江