

# 河南省城市体系等级结构变化的分维分析\*

王义民 陈彦光(陈涛) 刘明华

(信阳师范学院地理系·河南,信阳 464000)

**摘要** 本文借助分维及城市规模分布的离散度和均衡度指数分析了河南省城市体系等级结构演化的动态特征,并利用R/S分析考察了其发展趋势,发现系统的要素规模差异逐渐缩小而且具有持久性,这表明河南省城市的人口分布将逐渐趋于均衡,需要采取优化措施。

**关键词** 城镇体系;城市位序—规模法则;Zipf定律

**分类号** K96—06

城市体系等级结构的中心内容是城市规模分布(size distribution of cities),因此在某种意义上,规模分布已与等级结构成为等价的概念<sup>[1]</sup>。本文试从规模分布的角度,研究河南省城市体系等级结构的分形特征及其变化趋势(广义地讲,等级结构还包括中心地体系等内容,我们将另作专题探讨)。首先给出基本理论,然后测算分维及有关指数(离散度,均衡度),进而借助R/S分析等方法探讨河南省城市体系规模分布及其等级变化的分形特征。

## 1 基本模型

关于城市体系等级结构的分形特征,文献[2]给出了三种测度方法。本文将从规模分布展开研究。现已证明,城市规模分布具有分形特征,可用Zipf维数或Pareto指数反映其等级差异<sup>[3]</sup>。其实,由于城市与乡镇的划分界线并不绝对(因人主观认识而定),因此,可用一个人口尺度r来度量区域城市个数N(r):改变尺度r,区域城市数目N(r)必然相应地变化,在一定条件下有如下关系

$$N(r) = A r^\alpha \quad (1)$$

这实际上是Pareto分布公式,式中A为常数, $\alpha$ 为Pareto指数,Pareto指数具有分维性质,由标度律知 $D_f = \alpha$ 不妨称之为等级分维。式(1)的等价形式为Zipf公式

$$P_{(k)} = P_1 k^{-q} \quad (2)$$

式中k为区域城市等级排列(从大到小)的位序

(rank), $P_{(k)}$ 为序列为k号的城市的人口, $P_1$ 为首位城市(Primate city)人口,q为Zipf指数,有人称之为Zipf维数<sup>[4]</sup>,易知 $q = 1/\alpha = 1/D$

人口P是一个随机变量,当N(r)表示区域城市累积百分比时,由式(1)可得P的分布函数

$$F(r) = (r_n^{-\alpha} - r^{-\alpha}) / (r_n^{-\alpha} - r_1^{-\alpha}) \quad (3)$$

式中 $r_n, r_n$ 为首位城市和体系中最小城市的规模,即有 $r_n = r = r_1, r_1$ 相当于式(2)中的 $P_1$ ,由此可导出Lorenz曲线形式<sup>[4]</sup>

$$L(p) = \begin{cases} \frac{1}{\ln r_n - \ln r_1} \left\{ \ln [r_n^{-1} - P(r_n^{-1} - r_1^{-1})] - \ln r_n^{-1} \right\} & (\alpha = 1) \\ \frac{1}{r_n^{1-\alpha} - r_1^{1-\alpha}} \left\{ r_n^{-\alpha} - P(r_n^{-\alpha} - r_1^{-\alpha}) \right\}^{(\alpha-1)/\alpha} - r_n^{1-\alpha} & (\alpha \neq 1) \end{cases} \quad (4)$$

式中P为概率密度,实则各城市人口占区域总人口的百分比。

意大利统计学家Lorenz原是使用累积曲线的一种画法研究工业和集中化程度,后来被引入城市地理学反映城市规模等级的分布<sup>[5]</sup>,分布的集中化程度可用Gini系数表示为

$$G = 2 \int_0^1 [P - L(p)] dp \quad (5)$$

\* 河南省自然科学基金资助项目(974071200)

收稿日期 1997—09—01

$G$  值变化于  $0 \sim 1$  之间:  $G$  值越大, 表明城市人口分布越集中, 反之则越分散。当  $G = 1$  时, 区域内只有一个城市,  $G = 0$  时, 所有的城市大小一样。由此(1)—(5)可以推导出 Gini 系数  $G$  与分维  $D$  的关系

$$G = \begin{cases} 1 + \frac{\ln r_1^{1/2} - \ln r_n^{1/2}}{(r_1^{1/2} - r_n^{1/2})(r_1^{1/2} - r_n^{1/2})} + \frac{2r_n^{1/2}}{r_1^{1/2} - r_n^{1/2}} & (D_f = 1/2) \\ 1 + \frac{2[r_1^{-1}(\ln r_1 - 1) - r_n^{-1}(\ln r_n - 1)]}{(\ln r_n - \ln r_1)(r_n^{-1} - r_1^{-1})} + \frac{2\ln r_n^{-1}}{\ln r_n - \ln r_1} & (D_f = 1) \\ 1 + \frac{2D_f}{2D_f - 1} \cdot \frac{r_1^{-D_f}}{r_n^{-D_f} - r_1^{-D_f}} + \frac{2D_f - 2}{2D_f - 1} \cdot \frac{r_n^{-D_f}}{r_1^{-D_f} - r_n^{-D_f}} & (D_f = 1, \frac{1}{2}) \end{cases} \quad (6)$$

当  $r_n$  较小而  $r_1$  较大时, 由式(6)可得出如下近似表达

$$G \begin{cases} 1, & D \ll 1 \\ 1/(2D_f - 1), & D > 1 \end{cases} \quad (7)$$

可见, 等级分维  $D$  的地理意义与 Gini 系数  $G$  刚好相反:  $D$  值越大, 表明城市规模分布越集中, 从而人口分布越均衡, 城市等级差异越小; 反之,  $D$  值越小, 表明城市规模分布越分散, 城市人口分布差异越大。当  $D$

时, 所有的城市一样大, 此时  $G = 0$ ; 当  $D = 0$  时, 区域内只有一个城市, 这时  $G = 1$  (注意: 城市体系人口分布集性和城市规模分布集中性是含义不同的两个概念)。

为了研究方便, 本文定义离散度  $L$  如下

$$L = 1 - G \quad (8)$$

不难看出,  $L$  的含义与 Gini 系数正好相反:  $L$  值越大, 表明城市规模分布越集中, 城市人口的区域分布越均匀; 反之则城市人口的区域分布差异性越大。

## 2 数据处理

我们已研究了豫北地区(许昌市所在的纬线以北)的城市规模分布, 发现具有准分形(quasifractal)性质<sup>[6,7]</sup>。现在考察整个河南省的城市等级差异性特征。变量取市区非农业人口, 理由有二: 其一, 真正反映城市建设规模的是建成区人口, 而不是市区总人口, 更非市辖区人口。然而, 由于统计方法的不科学, 资料提供的数据相当混乱, 无从查阅各市建成区人口数据, 而非农业人口基本分布在建成区内, 故能反映实质; 其二, 根据 H. Haken 的协同学思想, 主宰系统演化的是慢变量而非快变量, 流动人口波动较大, 而非农业人口变化稳定, 迹近慢变量特征。

首先利用式(1)或式(2)计算河南省 1980~1992 年间城市规模分布的分维  $D$  值。具体方法参见文献[2], 计算结果见表 1 (表中  $R$  为相关系数)。从双对数坐标图上可以看出(见图 1), 点列并不呈标准的对数线性分布, 回归的相关系数  $R$  值也不很高, 这表明系统的分形性质发生一定程度的退化, 可视为准分形。

此时分维值可以大致地反映系统的变化趋势, 但利用式(6)不能求得 Gini 系数  $G$  的准确值, 为此本

表 1 河南省城市规模分布的等级维数(1980~1992)

$t$	$D$	$R$	$t$	$D$	$R$
1980	0.799	0.967	1988	0.930	0.978
...	...	...	1989	0.941	0.974
1985	0.931	0.981	1990	0.955	0.974
1986	0.897	0.976	...	...	...
1987	0.911	0.976	1992	0.998	0.978

注: 源数据取自: (1) 河南省统计局编《河南省、市、地、县社会经济概况(1980~1990)》, 中国统计出版社, 1991; (2) 河南省城市社会经济调查队编《河南城市统计年鉴》, 中国统计出版社, 1993。

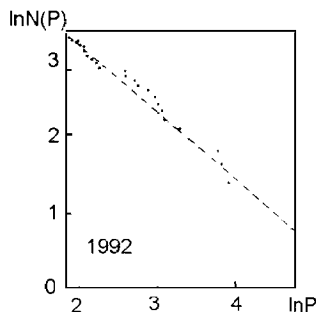


图 1 河南省城市规模分布的  $\ln p \sim \ln N(p)$  坐标图(1992 年)

文采用近似算法, 避开求 Lorenz 等积曲线  $L(p)$  的近似表达式。通常采用近似公式是

$$I = \frac{A - R}{M - R} \quad (9)$$

式中  $I$  为集中化程度指数,  $A$  是城市人口累积百分比总和,  $R$  是城市人口均匀分布累积百分比和,  $M$  是城市人口集中分布时的累积百分比总和, 易见  $I$  满足  $0$

$I < 1$ , 于是离散化程度指数  $L$  可近似地表示为

$$L = 1 - I = \frac{M - A}{M - R} \quad (10)$$

借助式(10)可以算出  $L$  值, 结果见表 2。

作为辅助分析, 本文仍使用的均匀度  $J$  值,  $J$  被定义为<sup>[2,7]</sup>

$$J = - \sum_{i=1}^N P_i \ln P_i / \ln N \quad (11)$$

$$P_i = \frac{P_{(k)}}{\sum_{k=1}^N P_{(k)}} \quad (i = k) \quad (12)$$

这里  $P_{(k)}$  的意义与式(2) 相同,  $N$  为系统要素即区域城市总数(河南省到 1992 年共设 27 市, 故  $N = 27$ )。由式(1) — (2) 及式(11) — (12) 可知分维  $D$  与  $J$  的关系

$$J = - \sum_{k=1}^N (k^{-1/D} / \sum_{k=1}^N k^{-1/D}) \ln (k^{-1/D} / \sum_{k=1}^N k^{-1/D}) / \ln N \quad (13)$$

可见在分形非退化的情况下, 利用(13), 可由  $D$  值求  $J$  值。由于系统等级结构的分形部分退化, 本文直接计算  $J$  值, 结果见表 2。

表 2 河南省城市体系等级结构的离散度  $L$  和均衡度  $J$

$t$	$L$	$J$	$t$	$L$	$J$
1980	0.444	0.849	1988	0.491	0.874
...	...	...	1989	0.497	0.877
1985	0.480	0.864	1990	0.503	0.878
1986	0.475	0.865	...	...	...
1987	0.480	0.867	1992	0.519	0.889

对比表 1 和表 2 可见, 分维  $D$  与离散化指数  $L$  之间存在一定的对应性, 大致可用下式近似地表示它们的关

$$G = \sqrt{D} - \frac{1}{2} \quad (14)$$

表中  $D$  值  $I$  值稍有波动, 而  $J$  值则严格递增, 一般说来,  $J$  值能更精细地刻画城市体系等级结构的均衡性<sup>[2]</sup>。

### 3 分析与讨论

从前述数据处理结果(表 1~ 表 2) 可以看出河南省城市体系的等级结构具有两个基本特征。第一, 在空间上, 城市规模分布具有准分形特征, 即分形性质发生某种程度的退化; 第二, 从时间上看, 分维  $D$  值呈上升趋势, 离散度  $L$  值和均衡度  $J$  值都逐渐升高, 这表明城市规模分布正在趋于集中, 区域城市人口在趋于均衡。

这种变化趋势在 Lorenz 曲线上可得到直观的表现(图 2)。

可借助  $R/S$  分析(rescaled range analysis) 方法研究系统等级结构变化趋势的持久性。这种方法由 H • E • Hurst(1965) 提出, 他发现, 对于地理系统的时间序列, 极差  $R(\tau)$  与均方差  $S(\tau)$  之比满足关系

$$R(\tau) / S(\tau) = (\frac{\tau}{2})^H \quad (\tau = 1, 2, \dots) \quad (15)$$

式中  $H$  为 Hurst 指数, 它与分维  $D$  有关, 例如盒子维数  $D_B = 2 - H$ 。以  $x(t)$  表示时间序列, 则时间关联函数  $C(t)$  可表示为

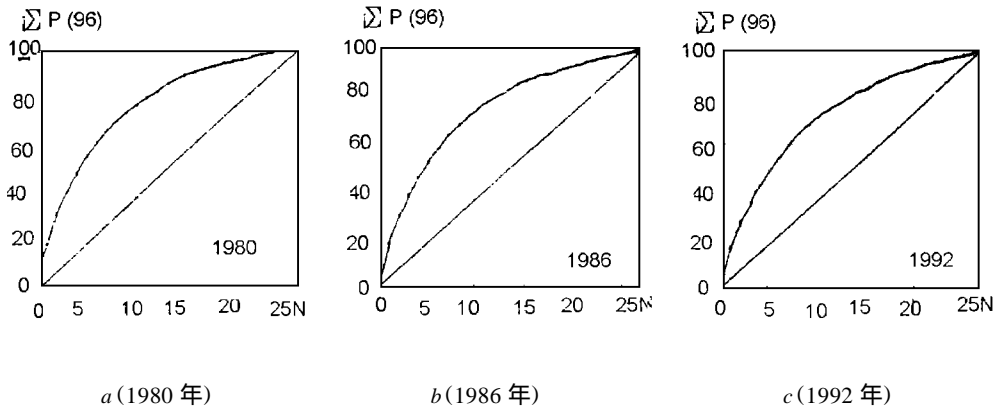


图 2 河南省城市体系等级结构的 Lorenz 曲线变化图(1980—1992)

$$C(t) = \frac{\overline{\langle \frac{x(-t) \cdot x(t)}{x^2(t)} \rangle}}{2^{2H} - 1} - 1 \quad \langle \cdot \rangle \text{ 表示平均。式(16) 给出了关联函数 } C(t) \text{ 与 Hurst 指数 } H \text{ 的关系。可以看出: 当 } H = \frac{1}{2} \text{ 时, } C(t) = 0, \text{ 这表明系统演化的过去与未来无关或短程相关;}$$

这里  $x(-t)$  是过去的增量,  $x(t)$  是未来的增量,

当  $H > \frac{1}{2}$  时,  $C(t) > 0$ , 表明未来的趋势与过去一致, 即该过程具有持续性; 当  $H < \frac{1}{2}$  时,  $C(t) < 0$ , 表明未来的趋势与过去相反, 系统过程具有反持续性. 对表 1~ 2 的数据(1980~ 1990) 进行处理, 可计算短期的 Hurst 指数, 计算方法参见文献[8], 结果见表 3.

表 3 河南省城市体系  $D$  值,  $L$  值及  $J$  值变化的 Hurst 指数(1980~ 1990)

	$D$	$L$	$J$
$H$	0.888	0.971	0.975
$D$	1.112	1.029	1.025
$R$	0.992	0.996	0.985

从表 3 可以看出  $H(D) = 0.888, H(L) = 0.971, H(J) = 0.975$ , 都大于 0.5, 而且数值超出许多, 这意味着河南省城市人口的均衡化趋势具有持久性, 可能持续很长时间. 验之以 1992 年的数据(表 1~ 2), 果然都增加. 这种现象与我国的城市建设方针有关. 八十年代以来, 我国实行所谓“控制大城市的规模, 合理发展中等城市, 积极发展小城镇”的城市发展战略, 结果导致城市体系的要素差异日趋变小, 系统等级的层次性减弱. 一般说来, 如果区域经济呈强劲增长趋势, 城市体系的等级结构具有“鲁棒”(robustness) 性, 其分维不会因上述城市战略而上升; 分维上升, 等级结构的均衡性变化表明河南省区域经济可持续发展的可持续性不强<sup>[9]</sup>.

现在我们关心的是, 城市体系等级结构的均衡化倾向意味着什么? 视城市为一个系统, 其构成要素为人口、土地(建筑用地), 输入为物质(如水等)、能量(如煤等), 输出为产值(如 GNP 等), 则由一般城市系统的微分方程组及其相应形式可导出关系<sup>[6, 10]</sup>

$$M(k) = \mu P^b(k) \tag{17}$$

式中  $P(k)$  为城市体系中位列第  $k$  号城市人口,  $M(k)$  表示该城市的建筑用地或物能消耗, 或产值输出.  $\mu, b$  为参数. 现视“区域城市人口总量为 1 单位, 则由式(2)可得

$$P(k) = P_1 \cdot k^{-q} = 1 \tag{18}$$

而对城市体系而言, 由式(17)得  $M(k)$  的总量为

$$M(q) = \sum_{k=1}^N M(k) = \mu \sum_{k=1}^N P^b(k) \tag{19}$$

将式(18)代入上式得

$$M(q) = \mu \sum_{k=1}^N (k^{-q} / k^{-q})^b \tag{20}$$

这就是描述城市体系等级结构的  $q$ -方程<sup>[6]</sup>. 可以证明, 当  $b > 1$  时, 有

$$dM(q)/dq > 0$$

即  $M(q)$  为  $q$  的增函数, 而 Zpf 指数  $q$  与分维  $D$  互为倒数, 因此  $M(q)$  为  $D$  的减函数; 反之, 当  $b < 1$  时, 有

$$dM(q)/dq < 0$$

此时  $M(q)$  为  $q$  的减函数, 即为分维  $D$  的增函数; 当  $b = 1$  时,  $M(q) = \mu$  为常数.

在现实中, 一般情况下, 当  $M$  表示建设用地等要素时  $b < 1$ ; 当  $M$  表示产值、用水、耗能等因素时,  $b > 1$ . 这意味着, 当  $q$  值较大, 即分维  $D$  值较小时, 整个城市体系的总产值较高, 建设用地也较节约, 但耗水、耗能较大; 反之, 当  $q$  较小, 即分维  $D$  较大时, 城市体系耗水、耗能较小, 但总产值变小、城市体系建设总占地面积扩大. 可见, 分维的升值, 即城市体系人口分布的均衡化趋势有利有弊, 可根据具体的区域情况计算合适的  $q$  值或  $D$  值, 从而优化城市体系的等级结构<sup>[6]</sup>.

根据经验, 区域城市规模分布的等级维数一般为 1 左右, 发达国家城市体系的等级分维大多在 0.8~ 1 之间<sup>[11]</sup>, 而我国则大于 1, 而且呈现持续上升之势<sup>[2]</sup>. 河南省城市体系的分维在 90 年代初期达到 1.0 左右, 这是一个比较合适的数值, 遗憾的是, 由于城市总体发展战略有误, 导致系统的等级差异不断缩小, 预计到新世纪初  $D$  值将超过 1.2, 分维太高(相应的  $L$  值、 $J$  值同样升高), 必将导致弊多利少, 不利于发挥城市体系的整体效应.

#### 4 结论

河南省城市体系的等级结构在时间演化上正日趋均衡化, 在空间变化上分形性质则不断退化, 这对城市体系的演化而言不是好现象, 必须设法改变这种状况, 优化其等级结构. 具体的做法是: 第一, 全面研究河南省城市规模分布及其相关问题, 找出适合本区域的最佳 Zpf 指数, 具体方法见文献<sup>[6, 10]</sup>; 第二, 放弃所谓“控制大城市规模, 合理发展中等城市, 积极发展小城镇”这种不科学的城市发展战略, 制定适合河南“省情”的城市体系建设方针; 第三, 在城市体系的空间结构及其功能分异方面采取有效措施, 利用边际产出均衡的法则引导资源的空间分配, 从而发挥城市

体系的自组织演化机制, 达到系统的综合协调目的<sup>[12]</sup>。

### 参 考 文 献

- 1 Carrol G R. *N ational city - size distribution*. *Progress in Hum an Geography*, 1982, 6, (1).
- 2 刘继生, 陈彦光(陈涛). 城市体系等级结构的分形研究方法初探. *东北师范大学学报(自然科学版)*, 1998(待刊).
- 3 陈勇, 陈嵘等. 城市规模分布的分形研究. *经济地理*, 1993, 13(3): 48~ 53
- 4 张济忠. 分形. 北京: 清华大学出版社, 1995. 342~ 352
- 5 许学强, 朱剑如. *现代城市地理学*. 北京: 中国建筑工业出版社, 1988
- 6 陈彦光(陈涛), 罗静. 豫北地区城市规模分布的分维分析. *经济地理*, 1996, 16(6): 427~ 435
- 7 陈彦光(陈涛), 刘继生. 豫北地区城市规模分布的分形研究. *人文地理*, 1998(待刊).
- 8 刘明华, 陈彦光(陈涛). 豫北地区城镇体系演化特征的 R/S 分析. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1998, 11(1): 81~ 85
- 9 Vining D R. *The rank - size rule in the absence of g row th*. *Journal of U rban Econom ics*, 1977, 4: 15~ 29
- 10 陈彦光(陈涛). 区域城市规模分布的分维研究(待发表).
- 11 Roehner B M. *The long - tem trend tow ard increased dispersion in the distribution of city size*. *Environment and Planning A*, 1991, 23(12): 1725~ 1740
- 12 陈涛(陈彦光). 区域资源空间分配的数学原理. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1995, 8(2): 202~ 207.

致谢: 信阳师范学院地理系余斌副主任及作者的学生李海燕协助处理了部分数据, 在此表示谢意。

## An A nalysis of Fractal D imensions of H ierarchical Structure change of the U rban System in Henan Province

W ang Yim in Chen Yanguang L iu M inghua

(Dept of Geog, Xinyang Teachers College Xinyang, Henan; China 464000)

**Abstract** A prelim inary study was m ade in the paper on hierarchy of the urban system in Henan province. The fractal property has degenerated to some extent and the value of fractal dimension. Namely, the Pareto coefficient (or exponent) has been gradual increasing, which maybe caused mainly by the strategy of urban development presented in China in 1980s, and, in the end, it was pointed out that the hierarchical structure of the system of cities must be improved w ith fractal idea.

**Key words** System of tow ns; Rule- size rule; Zipf's law

责任编辑 张建安