

·基础理论研究·

# 从模糊学角度讨论 SISO 闭环系统模型的物理局限性

方天申

(信阳师范学院 物理电子工程学院,河南 信阳 464000)

**摘要:**用等效电路导出负反馈放大器  $A_{vsf}$ 、 $r_{of}$ 、 $f_{hf}$ 、 $f_{Lf}$  等解析式关系式,它能完整、准确描述不同电路反馈机制对放大器性能产生的不同影响.说明了 SISO 闭环反馈系统数学模型存在有物理局限性:不能体现基尔霍夫定律作用;不能给出完整准确、实用的计算关系式.用模糊数学概念讨论了由闭环方块图导出的  $A_f$  和  $FA_0 + 1$  表达式对于负反馈放大电路,实际上只是一种模糊关系表达式.

**关键词:** SISO 闭环系统模型;负反馈放大器;等效电路;物理局限性;模糊关系式;模糊反馈深度

**中图分类号:** TN722; TP271.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0972(2005)02-0148-04

## 0 引言

1945年,美国学者伯德(Bode)发表了《网络分析与反馈放大器设计》论文,将反馈放大器原理应用到了自动控制系统中,做出了一项重大突破,从而产生了经典控制论理论.经典控制理论产生于反馈放大器;反过来,这种理论又被应用到反馈放大器的理论分析中.但由于电子电路实践性强,电路的技术性能指标,最终都是以实际调试的结果为准.而实际性能指标与理论结果之间的差别,通常被理解是由于元器件参数的误差和某些分布参数所致,很少有人怀疑过也有理论方法上的问题.但深入研究可发现它存在的物理局限性:用方块图1导出的反馈放大器闭环增益一般关系式<sup>[1~5]</sup>:

$$A_f = \frac{X_{of}}{X_i} = \frac{A_0}{1 + FA_0} \quad (1)$$

根据式(1)定义反馈深度表达式:

$$B = 1 + FA_0 \quad (2)$$

不能完整准确地描述引入负反馈对放大器性能影响的程度和不同反馈形式的电路机制特点.但在某一程度上,式(1)、(2)两式又描述了引入反馈对放大器性能影响的基本情况.因此,从模糊学角度看,方块图是具有物理局限性,或者说是具有模糊数学性质的一种数学模型.对此,本文作以下分析讨论.

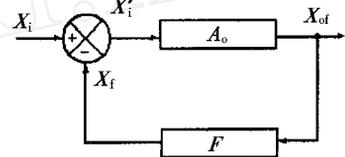


图1 SISO 闭环反馈系统模型方块图

Fig 1 Block diagram of feedback amplifier

## 1 方块图数学模型的物理局限性

闭环系统方块图应用于反馈放大电路时,主要有以下两方面的物理局限性.

### 1.1 不能体现基尔霍夫定律作用

图1示方块图中的两种节点:求和点 $\oplus$ 和输出分支点 $\ominus$ ,都只是确定了信号的纯数学运算关系,不能包含任何物理定律的特有约束关系.而实际负反馈放大器输入、输出是互相牵制的.有些问题的求解,需要输入、输出回路的电压方程与相关节点电流方程联立.显然,方块图无法体现电路的基尔霍夫定律作用.

### 1.2 不能完整等效表示反馈放大电路机制

任何实际的放大器输入信号源,都有一定的内阻  $R_s$ .但方块图无法把信号源内阻  $R_s$  作为整个电路组成部分包括进去.因而导出的关系式(1)、(2)都体现不出  $R_s$  的电路机制作用.而在并联反馈中,  $R_s$  对反馈强弱又起着重要的不可忽视的作用.

收稿日期:2004-06-28;修订日期:2004-12-06

基金项目:河南省科技厅立项课题(0511014100)

作者简介:方天申(1950-),男,河南潢川人,信阳师范学院副教授,主要从事电路与系统理论和非完全强迫振动研究.

1.3 影响反馈系数  $F$  的因素不完全明确

由文献 [6] 中的分析结果可知:电路的组态不同,影响  $F$  的因素也不同.当电路为电压负反馈组态时,输出端的负载  $R_L$  对反馈系数  $F$  也有影响,即  $F$  也是  $R_L$  的函数.

2 闭环电压增益的完整准确关系式  $A_{vsf}$

下面是用交流等效电路导出的负反馈放大电路闭环电压增益完整准确的一般关系式.

2.1 电压并联负反馈放大器  $A_{vsf}$

根据图 2 中频段交流等效电路,应用基尔霍夫定律,对输入、输出回路和节点列方程联立求解(方法参见文献 [7, 8, ]),可得闭环电压增益为:

$$A_{vsf} = \frac{V_{of}}{V_s} = \frac{A_{vi}}{R_s F A_{vi} + (R_s + r_i) \left[ \frac{r_o}{R_L} - F r_o \right]} \quad (3)$$

式 (3) 中电路基本放大增益  $A_{vi} = \frac{V_o}{i_i}$ , 与式 (1)  $A_o$  不同,  $V_o$  是输出端负载都开路时的输出电压 (见图 2), 在实际中很容易准确计算. 若注意到

$$\frac{r_o}{R_L} - F r_o = \frac{r_o}{R_L} \frac{R_F + R_L}{R_F + R_L} - F r_o$$

并令:

$$A_{vsl} = \frac{A_{vi}}{(R_s + r_i) \left[ \frac{r_o}{R_L} - F r_o \right]} = \frac{A_{vi} (R_L + R_F + r_o)}{(R_s + r_i) r_o}$$

是考虑了信号源内阻  $R_s$  和负载  $R_L$   $R_F$   $r_o$  作用的基本电压增益, 则式 (3) 可变换为:

$$A_{vsf} = \frac{A_{vsl}}{1 + R_s F A_{vsl}} \quad (4)$$

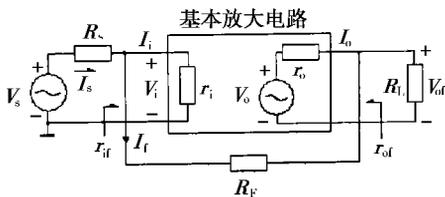


图 2 电压并联负反馈交流等效电路框图  
Fig 2 Equivalent circuit of amplifier with voltage-parallel negative feedback

2.2 电流并联负反馈放大器  $A_{vsf}$

根据图 3 中频段交流等效电路, 同理可解得闭

环电压增益为:

$$A_{vsf} = \frac{V_{of}}{V_s} = \frac{-A_{ii} (R_c + R_L)}{R_s F A_{ii} + R_s + r_i} \quad (5)$$

注意到

$$A_{vsl} = \frac{-A_{ii} (R_c + R_L)}{R_s + r_i}$$

是包括信号源内阻  $R_s$  和负载  $R_c$   $R_L$  作用的基本电压增益. 而

$$A_{GS} = \frac{A_{ii}}{R_s + r_i}$$

是考虑了信号源内阻  $R_s$  作用的基本互导增益. 式 (5) 可变换为:

$$A_{vsf} = \frac{A_{vsl}}{1 + R_s F A_{GS}} \quad (6)$$

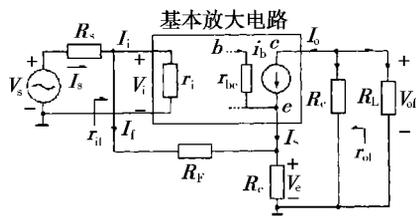


图 3 电流并联负反馈放大器交流等效电路框图  
Fig 3 Equivalent circuit of amplifier with current-parallel negative feedback

2.3 电压串联负反馈放大器  $A_{vsf}$

其等效电路如图 4 所示. 同理可得闭环电压增益:

$$A_{vsf} = \frac{A_{vv}}{F A_{vv} + \left[ \frac{R_s}{r_i} + 1 \right] \frac{r_o}{R_F + R_L + r_o}} \quad (7)$$

式 (7) 中  $A_{vv} = \frac{V_o}{V_i}$ ,  $V_o$  是输出端负载都开路时的电压. 因此, 基本电压增益  $A_{vv}$  很容易求出. 若注意到:

$$A_{vsl} = \frac{A_{vv} (R_F + R_L + r_o)}{r_o \left[ \frac{R_s}{r_i} + 1 \right]} = \frac{A_{vv} r_i (R_F + R_L + r_o)}{r_o (R_s + r_i)} \quad (8)$$

是包括信号源内阻  $R_s$  和输出端负载  $R_F$   $R_L$   $r_o$  作用的基本电压增益, 则式 (7) 可变换为:

$$V_{vsf} = \frac{A_{vsl}}{1 + F A_{vsl}} \quad (9)$$

2.4 电流串联负反馈放大器  $A_{vsf}$

其等效电路参见文献 [7, 8]. 同理可得闭环电

压增益:

$$A_{vsf} = \frac{V_{of}}{V_s} = \frac{-A_{iv}(R_c R_L)}{FA_{iv} + \left[ \frac{R_s}{r_i} + 1 \right]} \quad (10)$$

式 (10) 中  $A_{iv} = \frac{i_o}{V_i}$  为基本互导增益. 若注意到

$$A_{vsL} = \frac{-A_{iv}(R_c R_L)}{\frac{R_s}{r_i} + 1} = \frac{-A_{iv}r_i(R_c R_L)}{R_s + r_i}$$

是包括信号源内阻  $R_s$  和负载  $R_c R_L$  的基本电压增益, 和

$$A_{GS} = \frac{A_{iv}r_i}{R_s + r_i}$$

是包括  $R_s$  作用的基本互导增益, 式 (10) 可变换为

$$A_{vsf} = \frac{A_{vsL}}{1 + FA_{GS}} \quad (11)$$

### 3 用等效电路导出的闭环 $r_{of}$

我们知道, 用闭环方块图的反馈深度表达式 (2) 表述的电压负反馈放大器闭环输出电阻为:

$$r_{of} = \frac{r_o}{1 + FA_o} \quad (12)$$

但用等效电路导出的  $r_{of}$  则与式 (12) 存在较大差别.

#### 3.1 电压并联负反馈放大器 $r_{of}$

根据图 2 等效电路, 利用电路分析方法和戴维宁定理, 可求出电压并联负反馈放大器闭环输出电阻:

$$r_{of} = \frac{V_{of} - V_{of}}{i} = \frac{r_o}{\frac{R_s F_o A_{vi}}{(R_s + r_i)} + \frac{r_o}{R_F}} \quad (13)$$

式 (13) 推导参见文献 [8]. 可令:

$$A_{vso} = \frac{A_{vi}(R_F r_o)}{(R_s + r_i) r_o}$$

显然,  $A_{vso}$  是考虑信号源内阻  $R_s$  和负载  $R_F r_o$  作用, 但不包括  $R_L$  作用的基本电压增益. 因此, 式 (13) 可变换为:

$$r_{of} = \frac{R_F r_o}{1 + R_s F_o A_{vso}} \quad (14)$$

式 (14) 中  $F_o$  为输出端不接负载  $R_L$  时的反馈系数. 对于电压反馈组态, 反馈系数  $F$  与输出端  $R_L$  有关 [6].

#### 3.2 电压串联负反馈放大器 $r_{of}$

根据图 4 等效电路, 同理可推出闭环输出电阻:

$$r_{of} = \frac{V_{of} - V_{of}}{i} = \frac{r_o}{\frac{F_o A_{vv} r_o}{R_s + r_i + R_{F2}} + \frac{r_o}{R_F}} \quad (15)$$

(15) 式中  $R_F = R_{F1} + R_{F2}$ . 可令:

$$A_{vso} = \frac{A_{vv} r_i (R_F r_o)}{(R_s + r_i + R_{F2})} \quad (16)$$

显然是包括信号源内阻  $R_s$  和负载  $R_F r_o$  作用, 但  $R_L$  开路时的基本电压增益 (注意式 16 与式 8 的区别), 因而式 (15) 可写为

$$r_{of} = \frac{R_F r_o}{1 + F_o A_{vso}} \quad (17)$$

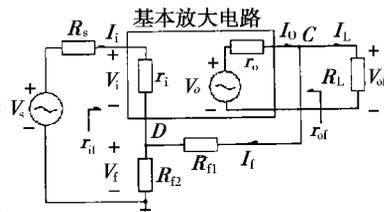


图 4 电压串联负反馈放大器等效电路框图

Fig 4 Equivalent circuit of amplifier with voltage-series negative feedback

### 4 用等效电路导出的闭环截止频率

用闭环方块图的反馈深度表达式 (2) 描述的闭环上限截止频率为

$$f_{hf} = f_h (1 + FA_o) \quad (18)$$

下限截止频率为:

$$f_{Lf} = \frac{f_l}{1 + FA_o} \quad (19)$$

但用等效电路导出的  $f_{hf}$  和  $f_{Lf}$  则与式 (18)、(19) 两式存在较大差别.

#### 4.1 电压并联负反馈放大器 $f_{hf}$ 、 $f_{Lf}$

1) 上限截止频率  $f_{hf}$

设图 2 基本放大电路是由  $n$  级共射放大器组成. 若三极管电路用简化混合模型等效, 用电路分析方法可导出闭环上限截止频率 [9]:

$$f_{hf} = f_h \left[ \frac{R_s F_L A_{vi} (R_F R_L R_{cn})}{(R_s + r_i) R_{cn}} + 1 \right] = f_h (R_s F_L A_{vsL} + 1) \quad (20)$$

式 (20) 中  $F_L$  为接有负载  $R_L$  时的反馈系数,  $A_{vsL}$  含义同 (4) 式.

2) 下限截止频率  $f_{Lf}$

若图 2 电路中 共有  $n+1$  个级间耦合电容. 用低频等效电路可推得下限截止频率

$$f_{Lf} = \frac{f_l}{\sqrt{n+1} \sqrt{R_s F_L A_{vsL} + 1}} \quad (21)$$

式 (21) 中  $F_L$ 、 $A_{vzf}$  含义与式 (20) 相同。

#### 4.2 电流并联负反馈放大器 $f_{hf}$ 、 $f_{Lf}$

1) 上限截止频率  $f_{hf}$

设图 3 基本放大电路是由  $n$  级共射放大器组成。同法可推得上限截止频率:

$$f_{hf} \left[ \frac{R_s FA_{ii}}{R_s + R_{bel}} + 1 \right] = f_h (R_s FA_{GS} + 1). \quad (22)$$

式 (22) 中  $F$  为不涉及  $R_L$  问题,  $A_{GS}$  含义与前面式 (6) 的相同。

2) 下限截止频率  $f_{Lf}$

设图 3 电路共含有  $n+1$  个级间耦合电容。同法可得下限截止频率

$$f_{Lf} = \frac{f_L}{\sqrt[n+1]{R_s FA_{GS} + 1}}. \quad (23)$$

式 (23) 中  $F$ 、 $A_{GS}$  含义与 (22) 式相同。

同样方法用于串联负反馈电路得出的结果与式 (18)、(19) 也存在差别, 这里不再赘述。

### 5 $A_f$ 与 $FA_0 + 1$ 表达式的模糊性讨论

由 (1) 式给出的 4 种负反馈电路闭环增益是: 互阻增益  $A_{Rf}$ 、电流增益  $A_{If}$ 、电压增益  $A_{Vf}$  和互导增益  $A_{Gf}$ 。而工程实际中需要计算的是必需包括信号源内阻  $R_s$  作用的闭环电压增益。因此, 从工程实

参考文献:

- [1] 王化一. 自动控制原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [2] GRAHAM C Goodwin *Control system design* [M]. by Prentice Hall, 2001.
- [3] DONALD A Neamen *Electronic circuit analysis and design (Second Edition)* [M]. McGraw-Hill Companies, Inc 2001.
- [4] 童诗白. 模拟电子技术基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1996.
- [5] 康华光. 电子技术基础 (模拟部分) [M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [6] 方天申. 反馈网络的反馈系数与负载效应的函数性 [J]. 河南科学, 2003, 21(1): 18-21.
- [7] 方天申. 负反馈放大器  $A_{Vf}$  关系式的一种解析推导 [J]. 河南科学, 2004, 22(4): 444-446.
- [8] 方天申. 负反馈放大器输出输入电阻的解析计算 [J]. 大学物理, 2000, 19(3): 23-26.
- [9] 方天申. 多级并联负反馈放大器上限截止频率的解析式推导 [J]. 信阳师范学院学报 (自然科学版), 2003, 16(4): 405-407.
- [10] 方天申. 多级并联负反馈放大器下限  $f_{Lf}$  解析式的多样性 [J]. 信阳师范学院学报 (自然科学版), 2004, 17(3): 275-278.
- [11] 谢季坚. 模糊数学方法及其应用 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2000.

### To discuss the fuzziness of closed-loop feedback system model by fuzziology concept

FANG Tian-shen

(Department of Physics, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China)

**Abstract:** It is proved that the block diagram of SISO closed-loop system model has physics limitation, because Kirchhoff's Law can not act in it. The analytic formulas:  $A_{vsf}$ ,  $r_{of}$ ,  $f_{hf}$ ,  $f_{Lf}$  about the negative-feedback amplifier are given by the equivalent circuit method. The fuzziness of  $A_f$  and the formula of  $1 + FA_0$  are discussed by fuzziology concept.

**Key words:** SISO closed-loop feedback system model; negative-feedback amplifier; equivalent circuit; physics limitation; fuzzy relation formula; fuzzy strong of feedback

责任编辑: 任长江

际角度看, (1) 式给出的增益不完全准确, 但又不完全错误。从模糊学角度看, 以包括  $R_s$  作用的闭环电压增益  $A_{vsf}$  为论域, 由 (1) 式可给出一模糊集合  $\tilde{A}_{vsf}$ , 按札德 (L. A. Zadeh) 记法<sup>[11]</sup>:

$$\tilde{A}_{vsf} = \frac{\mu_1}{A_{Rf}} + \frac{\mu_2}{A_{If}} + \frac{\mu_3}{A_{Vf}} + \frac{\mu_4}{A_{Gf}}, \quad (24)$$

式 (24) 中  $\mu_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 为  $A_{Gf}$ 、 $A_{Vf}$ 、 $A_{If}$ 、 $A_{Rf}$  对  $A_{vsf}$  的隶属度  $0 \leq \mu_i \leq 1$ 。

由以上等效电路导出的  $A_{vsf}$ 、 $r_{of}$ 、 $f_{hf}$ 、 $f_{Lf}$  关系式可知: 对于电压并联负反馈和电流并联负反馈电路, 描述负反馈对放大器性能影响程度的表达式为  $R_s FA_{vsl} + 1$ 。可见, 在并联反馈中, 信号源内阻  $R_s$  对反馈强弱有不可忽视的作用。当  $R_s = 0$  时, 反馈不再起作用。

同理, 串联反馈时见式 (9)、(11)。

由以上讨论可知, 由闭环方块图导出的反馈深度  $FA_0 + 1$  表达式并不能全面准确描述不同反馈组态对放大器性能影响的程度。从模糊学角度看,  $FA_0 + 1$  可看作是模糊反馈深度表达式。

虽然由方块图导出的关系式不适用于准确计算, 但用于定性分析有着较好的效果。例如, 分析反馈放大器的稳定性, 自激振荡条件等。