



## 高校网络舆情传播模型稳定性研究

高卫国, 蔡永丽

引用本文:

高卫国, 蔡永丽. 高校网络舆情传播模型稳定性研究[J]. 信阳师范学院学报自然科学版, 2023, 36(2): 213–219. doi: 10.3969/j.issn.1003–0972.2023.02.009

GAO Weiguo, CAI Yongli. Study on the Stability of University Network Public Opinion Model[J]. *Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition)*, 2023, 36(2): 213–219. doi: 10.3969/j.issn.1003–0972.2023.02.009

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2023.02.009>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 一类分数阶计算机病毒模型的稳定性分析

Stability Analysis of a Fractional Order Computer Virus Model

信阳师范学院学报自然科学版, 2022, 35(3): 345–350. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2022.03.001>

#### 一类具有时滞的急性慢性丙型肝炎传染病模型的动力学分析

Dynamic Analysis of a Class of Acute and Chronic Hepatitis C Infectious Disease Model with Delay

信阳师范学院学报自然科学版, 2023, 36(2): 220–225. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2023.02.010>

#### 一类具有预防和治疗措施的丙型肝炎传染病模型的动力学分析

Dynamic Analyses on a Kind of Hepatitis C Transmission Model Incorporating Prevention and Treatment Interventions

信阳师范学院学报自然科学版, 2021, 34(3): 356–361. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2021.03.003>

#### 一类分数阶SIQS传染病模型的稳定性分析

Analysis of Stability for a Fractional Order SIQS Model

信阳师范学院学报自然科学版, 2018, 31(1): 1–4. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2018.01.001>

#### 一类具有时滞和CTL免疫反应的HIV-1感染模型的稳定性和Hopf分支

Stability and Hopf Bifurcation of a HIV-1 Infection Model with Time Delay and CTL Immune Response

信阳师范学院学报自然科学版, 2019, 32(1): 5–10. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1003–0972.2019.01.002>

DOI:10.3969/j.issn.1003-0972.2023.02.009

文章编号:1003-0972(2023)02-0213-07

# 高校网络舆情传播模型稳定性研究

高卫国<sup>a</sup>, 蔡永丽<sup>b\*</sup>

(淮阴师范学院 a. 计算机科学与技术学院; b. 数学与统计学院, 江苏 淮安 223300)

**摘要:**将高校网民分为无知者、造谣者和管理者(教师)三类,并考虑教师的育人功能,建立了一类网络舆情传播模型。利用稳定性理论和方法,讨论了模型平衡点的局部稳定性和全局稳定性,借助计算机模拟研究了舆情传播的控制策略。结果表明,教师加大与无知者的接触率是控制舆情扩散的有效措施。此外,加强教育管理对于有效控制网络舆情传播具有重要作用。

**关键词:**网络舆情;传播模型;教育管理;稳定性

中图分类号:O175.26

文献标识码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Study on the Stability of University Network Public Opinion Model

GAO Weiguo<sup>a</sup>, CAI Yongli<sup>b\*</sup>

(a. School of Computer Science and Technology; b. School of Mathematics and Statistics,

Huaiyin Normal University, Huaian 223300, China)

**Abstract:** The university netizens are divided into three categories, the ignorant, the rumormonger and the manager (teacher), considering the factors of teachers' management, a kind of network public opinion communication model is established. By using the theory and method of the stability, the local stability and global stability of the equilibria of the model are given, and with the help of computer simulation, the control strategy of public opinion transmission is studied. The results show that teachers should increase the contact rate with the ignorant, which is an effective measure to control the spread of public opinion. In addition, strengthening education management plays an important role in effectively controlling the spread of network public opinion.

**Key words:** network public opinion; propagation model; education management; stability

## 0 引言

高校网络舆情是指在网络空间内,特定的主体(大学生网民)围绕社情民意(通常是对某些热点、焦点问题)而产生的有较强影响力以及明显倾向性的言论和观点<sup>[1]</sup>。随着网络新兴媒体飞速发展,传统的舆论环境已被重新构建,高校作为社会主义现代化强国建设事业人才培养阵地,舆论关注度一直很高,同时也是网络舆情危机的重灾区,其网络舆情主要围绕教育管理、教学实践、师德师风、校园安全、学术不端以及意识形态等方面发酵、扩散。加强高校网络舆情管理,掌握网络意识形态话语权,深入把握高校舆情的传播规律,引导大学生明辨是非,自觉维护网络意识形态安全,意义重大。

由于舆情在网络中的散布过程与传染病传播类似,1965年 DALEY 等<sup>[2]</sup>率先利用传染病动力学方法把人群分成了对谣言一无所知者(简称无知者)、造谣者以及听说过谣言但不造谣者等三类,并基于“任意常数扩散原理”研究了谣言传播规律。此后,许多的专家、学者应用动力学理论和方法研究了谣言或舆情传播规律和发展趋势,研究结果为制定控制谣言或舆情扩散策略提供了科学依据。HUO 等<sup>[3]</sup>考虑了异质网络中的社会强化因素,结果表明舆情的最终大小与社会强化程度相关;他们还建立了考虑心理因素和时滞的舆情传播模型的最优控制问题<sup>[4]</sup>以及具有脉冲效应的官方信息与舆情传播之间的相互作用模型<sup>[5]</sup>,得到了舆情消除和持久的阈值。SUN 等<sup>[6]</sup>考虑了一些心理因素对

收稿日期:2022-07-04;修订日期:2022-08-31;\*. 通信联系人, E-mail: gwguo@hytc.edu.cn; yonglicai@hytc.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金项目(12071173)

作者简介:高卫国(1976—),男,江苏宿迁人,副教授,硕士,主要研究方向为数学建模、教育管理研究。

舆情传播的影响,结果表明信任和关联机制会导致更大的最终舆情规模和更小的终止时间。CHENG 等<sup>[7]</sup>考虑了删除舆情帖子、科普教育等控制策略对舆情传播规模和成本控制的优化问题。YU 等<sup>[8]</sup>考虑了监管对谣言传播的影响,结果表明监管能够有效控制舆情传播规模。ZHAO 等<sup>[9]</sup>和 ZHU 等<sup>[10]</sup>考虑了空间因素对舆情传播的影响机制,发现扩散可能会增大舆情传播的风险。JIA 等<sup>[11]</sup>研究了随机因素对舆情传播的影响,发现噪声影响的舆情灭绝的阈值小于确定性系统的基本再生数。赵敏等<sup>[12]</sup>建立了一类具有政府控制效应的社交网络谣言传播模型,结果表明政府等相关部门采取积极的应对策略有利于谣言传播的有效控制。

基于上述讨论,本文将考虑教师管理因素,建立新的高校网络舆情传播模型,应用动力学理论和方法研究模型的稳定性,并借助计算机模拟探讨舆情传播控制策略。

## 1 模型建立

根据网络舆情传播机理,给出下述模型假设:

(1)把  $t$  时刻进入系统的成员分为两大类:管理者(教师) $w(t)$ 和学生  $X(t)$ 。

(2)学生  $X(t)$ 分为两类:无知者  $u(t)$ 无法辨识舆情,容易被舆情影响;传谣者  $v(t)$ 获得舆情后会继续传播舆情。

(3)在不考虑其他人群的影响时,假设进入系统的个体  $u(t)$ 服从 Logistic 增长  $Au(1-u/K)$ ( $A$ 为内禀增长率, $K$ 为某一高校可能出现的无知者的最大数)。教师  $w(t)$ 会经常对  $u(t)$ 进行科普教育,使其不信谣,假设  $u(t)$ 被教育的机会与其接触教师  $w(t)$ 的机会成正比,比例系数为  $\beta$ (称为接触率)。而  $u(t)$ 被感染舆情的机会与其接触传谣者  $v(t)$ 的机会成正比,比例系数为  $\alpha$ (称为传谣率)。

(4)教师  $w(t)$ 对舆情传播者  $v(t)$ 进行辟谣,解读真相,舆情传播者  $v(t)$ 终止传谣的概率与其接触教师  $w(t)$ 的机会成正比,比例系数为  $\delta$ 。

(5)个体由于对舆情事件本身失去兴趣而退出系统,设移出率为  $d$ 。

(6)教师管理对舆情传播的影响服从 Holling II 功能性反应  $av/(bv+1)$ (这里  $a$ 为管理效应参数, $b$ 为饱和系数),这是因为当舆情传播者数量较少时,教师管理对舆情的影响与舆情传播者的数量近似成正比,随着传播者数量的增加而达到饱和;当舆情传播者数量很多时,它近似于常数  $a/b$ 。

由此可建立如下高校网络舆情传播模型:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = Au\left(1 - \frac{u}{K}\right) - \alpha uv - \beta uw - du, \\ \frac{dv}{dt} = \alpha uv - dv - \frac{av}{bv+1}, \\ \frac{dw}{dt} = \beta uw - dw + \frac{av}{bv+1}, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $u=u(t), v=v(t), w=w(t)$ ,所有参数均为非负常数。

## 2 模型的非负性及有界性

**定理 1** 具有初始条件  $(u(0), v(0), w(0)) \in \mathbf{R}_+^3 = [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, +\infty)$  的模型(1)的解  $(u(t), v(t), w(t))$  都是非负的,并且是最终有界的。

**证明** 由模型(1)可以得到

$$u(t) = u(0) \exp\left(\int_0^t (A(1 - \frac{u(\tau)}{K}) - \alpha v(\tau) - \beta w(\tau) - d) d\tau\right) \geq 0,$$

$$v(t) = v(0) \exp\left(\int_0^t (\alpha u(\tau) - d - \frac{a}{bv(\tau)+1}) d\tau\right) \geq 0,$$

$$w(t) \geq w(0) \exp\left(\int_0^t (\beta u(\tau) - d) d\tau\right) \geq 0.$$

因此,具有初始条件  $(u(0), v(0), w(0)) \in \mathbf{R}_+^3$  的模型(1)的解  $(u(t), v(t), w(t))$  都是非负的。

根据模型(1)的第一个方程,由解的非负性可知,

$$\frac{du}{dt} \leq Au\left(1 - \frac{u}{K}\right),$$

则  $\limsup_{t \rightarrow \infty} u(t) \leq K$ 。

将模型(1)的 3 个方程相加可以得到:

$$\frac{d(u+v+w)}{dt} \leq \frac{AK}{4} - d(u+v+w),$$

于是,

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} (u+v+w) \leq \frac{AK}{4d}.$$

综上所述,定理 1 成立,并且由此可确定模型(1)的一个正不变集  $\Gamma = \{(u, v, w) \in \mathbf{R}_+^3 \mid 0 \leq u \leq K, 0 \leq u+v+w \leq AK/(4d)\}$ 。证毕。

## 3 平衡点的存在性与稳定性

### 3.1 平衡点的存在性

**定理 2**

(1) 模型(1)总存在平衡点  $E_0 = (0, 0, 0)$ ;

(2) 当  $A > d$  时, 模型(1)存在平衡点  $E_1 = (u_1, 0, 0)$ , 其中  $u_1 = K(A-d)/A$ ;

(3) 当  $A > d$  且  $\beta > Ad/(K(A-d))$  时, 模型(1)存在平衡点  $E_2 = (u_2, 0, \omega_2)$ , 其中

$$u_2 = \frac{d}{\beta}, \omega_2 = \frac{K\beta(A-d) - Ad}{K\beta^2};$$

(4) 当  $A > d, \beta < \alpha + bd(A-d)/(a+d)$  时, 模型(1)至少存在一个正平衡点  $E^* = (u^*, v^*, \omega^*)$ , 其中

$$v^* = \frac{-\alpha u^* + a + d}{b(\alpha u^* - d)}, \omega^* = -\frac{-\alpha u^* + a + d}{b(\beta u^* - d)},$$

且  $u^*$  是方程

$$m_3 u^3 + m_2 u^2 + m_1 u + m_0 = 0,$$

在区间  $(d/\alpha, \min\{d/\beta, (a+d)/\alpha\})$  内的正根, 其中

$$m_3 = -Aab\beta < 0,$$

$$m_2 = b(K\alpha\beta(A-d) + Ad(\alpha + \beta)) > 0,$$

$$m_1 = -d(Kb(\alpha + \beta)(A-d) +$$

$$K\alpha(\alpha - \beta) + Abd),$$

$$m_0 = dK(bd(A-d) + (a+d)(\alpha - \beta)).$$

证明从略。

### 3.2 平衡点的局部稳定性

**定理 3** 对于模型(1),

(i) 当  $A < d$  时,  $E_0$  是局部渐近稳定的;

(ii) 当  $A > d, \alpha < A(a+d)/(K(A-d))$  且  $\beta < Ad/(K(A-d))$  时,  $E_1$  是局部渐近稳定的,  $E_0$  不稳定;

(iii) 当  $A > d, \beta > \max\{\alpha, Ad/(K(A-d))\}$  时,  $E_2$  是局部渐近稳定的;

(iv) 当  $A > d, \beta < \alpha + bd(A-d)/(a+d)$ ,  $u^* \in (d/\alpha, \min\{d/\beta, (a+d)/\alpha\})$  且  $\Delta_0 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_1\Delta_2 - \Delta_0 > 0$  时,  $E^*$  是局部渐近稳定的, 其中  $\Delta_0, \Delta_1$  和  $\Delta_2$  的定义见证明过程。

**证明** 这里只给出(iv)的证明, 其他结论可类似证明。

(iv) 模型(1)在正平衡点  $E^*$  处的雅克比矩阵为:

$$J^* = \begin{pmatrix} -\frac{Au^*}{K} & -\alpha u^* & -\beta u^* \\ \alpha v^* & \frac{\alpha v^* b}{(bv^* + 1)^2} & 0 \\ \beta \omega^* & J_1^* & \beta u^* - d \end{pmatrix},$$

其中

$$J_1^* = \frac{a}{bv^* + 1} - \frac{\alpha v^* b}{(bv^* + 1)^2}.$$

矩阵  $J^*$  的特征方程为:

$$\lambda^3 + \Delta_2 \lambda^2 + \Delta_1 \lambda + \Delta_0 = 0,$$

其中:

$$\Delta_2 = \frac{1}{K(bv^* + 1)^2} (-Kb^2\beta u^*(v^*)^2 + Ab^2u^*(v^*)^2 + Kb^2d(v^*)^2 - 2Kb\beta u^*v^* + 2Abu^*v^* - Kabv^* + 2Kbdv^* - K\beta u^* + Au^* + Kd),$$

$$\Delta_1 = -\frac{1}{K(bv^* + 1)^2} (-K\alpha^2b^2u^*(v^*)^3 - Kb^2\beta^2u^*(v^*)^2\omega^* + Ab^2\beta(u^*)^2(v^*)^2 - Ab^2du^*(v^*)^2 - 2K\alpha^2bu^*(v^*)^2 - 2Kb\beta^2u^*v^*\omega^* + 2Ab\beta(u^*)^2v^* - Kab\beta u^*v^* + Aabu^*v^* - 2Abdu^*v^* + Kabd v^* - K\alpha^2u^*v^* - \beta^2\omega^*u^*K + A\beta(u^*)^2 - Adu^*),$$

$$\Delta_0 = \frac{u^*v^*}{K(bv^* + 1)^2} (-K\alpha^2b^2\beta u^*(v^*)^2 + K\alpha^2b^2d(v^*)^2 - 2K\alpha^2b\beta u^*v^* - Kab\beta^2\omega^* + 2K\alpha^2bdv^* + Aab\beta u^* - K\alpha^2\beta u^* - Aabd + K\alpha\alpha\beta + K\alpha^2d).$$

通过计算可得,

$$\Delta_1\Delta_2 - \Delta_0 = -\frac{n_3(u^*)^3 + n_2(u^*)^2 + n_1u^* + n_0}{K^2(bv^* + 1)^4},$$

其中:

$$n_3 = -A\beta(bv^* + 1)^4(-K\beta + A),$$

$$n_2 = -(bv^* + 1)^2(K^2b^2\beta^3(v^*)^2\omega^* - AK\alpha^2b^2(v^*)^3 - AKb^2\beta^2(v^*)^2\omega^* + 2AKb^2\beta d(v^*)^2 + 2K^2b\beta^3v^*\omega^* - A^2b^2d(v^*)^2 - 2AK\alpha^2b(v^*)^2 - 2AKb\beta^2v^*\omega^* + K^2ab\beta^2v^* - 2AKab\beta v^* + 4AKb\beta d v^* + K^2\beta^3\omega^* + A^2abv^* - 2A^2bdv^* - AK\alpha^2v^* - AK\beta^2\omega^* + 2AK\beta d - A^2d),$$

$$n_1 = K(Kb^4\beta^2d(v^*)^4\omega^* + Ab^4d^2(v^*)^4 - K\alpha a^2b^3(v^*)^4 + 4Kb^3\beta^2d(v^*)^3\omega^* + 2Kab^3\beta d(v^*)^3 - 2Aab^3d(v^*)^3 + 4Ab^3d^2(v^*)^3 - 2K\alpha a^2b^2(v^*)^3 - K\alpha ab^2\beta(v^*)^3 + 6Kb^2\beta^2d(v^*)^2\omega^* - K\alpha^2b^2\beta(v^*)^2 + 4Kab^2\beta d(v^*)^2 + Aa^2b^2(v^*)^2 - 4Aab^2d(v^*)^2 + 6Ab^2d^2(v^*)^2 - K\alpha a^2b(v^*)^2 -$$

$$\begin{aligned}
 & 2Kaab\beta(v^*)^2 + 4Kb\beta^2 dv^* w^* + \\
 & 2Kab\beta dv^* - 2Aabd v^* + 4Abd^2 v^* - \\
 & K\alpha\beta v^* + K\beta^2 dw^* + Ad^2, \\
 n_0 = & K^2abd v^* (-b^2 d(v^*)^2 + abv^* - \\
 & 2bdv^* - d).
 \end{aligned}$$

于是,由 Routh-Hurwitz 判据可知,当  $\Delta_0 > 0$ ,  $\Delta_2 > 0$  且  $\Delta_1\Delta_2 - \Delta_0 > 0$  时,  $E^*$  是局部渐近稳定的。证毕。

### 3.3 平衡点的全局稳定性

**定理 4** 对于模型(1),

(1) 当  $A < d$  时,  $E_0$  是全局渐近稳定的;

(2) 当  $A > d, \alpha < Ad/(K(A-d)), \beta < Ad/(K(A-d))$  时,  $E_1$  是全局渐近稳定的;

(3) 当  $A > d, \beta > \max\{\alpha, Ad/(K(A-d))\}$  时,  $E_2$  是全局渐近稳定的;

(4) 当  $A > d, \beta < \alpha + bd(A-d)/(a+d)$  且  $u^* \in (d/\alpha, \min\{d/\beta, (a+d)/\alpha\})$  时,若  $w < v w^*/v^*$  且  $v < v^*$  (或  $w > v w^*/v^*$  且  $v > v^*$ ) 成立,则  $E^*$  是全局渐近稳定的。

**证明** (i) 当  $A < d$  时,定义 Lyapunov 函数

$$L_0 = u + v + w,$$

则  $L_0$  沿着模型(1)轨线的全导数为

$$\begin{aligned}
 \frac{dL_0}{dt} = & Au\left(1 - \frac{u}{K}\right) - d(u + v + w) = \\
 & (A-d)u - \frac{Au^2}{K} - d(v + w) \leq 0.
 \end{aligned}$$

同时,  $dL_0/(dt) = 0$  当且仅当  $u = 0, v = 0, w = 0$ 。由 LaSalle 不变性原理可知,当  $A < d$  时,  $E_0$  是全局渐近稳定的。

(ii) 当  $A > d$  时,定义 Lyapunov 函数

$$L_1 = u - u_1 - u_1 \ln \frac{u}{u_1} + v + w,$$

则  $L_1$  沿着模型(1)的轨线的全导数为:

$$\begin{aligned}
 \frac{dL_1}{dt} = & \left(1 - \frac{u_1}{u}\right) \left(Au\left(1 - \frac{u}{K}\right) - auv - \right. \\
 & \left. \beta u w - du\right) + auv - dv + \beta u w - dw = \\
 & A\left(1 - \frac{u}{K}\right)(u - u_1) - d(u - u_1) + \\
 & (au_1 - d)v + (\beta u_1 - d)w = \\
 & -\frac{A}{K}(u - u_1)^2 + (au_1 - d)v + \\
 & (\beta u_1 - d)w.
 \end{aligned}$$

当  $A > d, \alpha < Ad/(K(A-d)), \beta < Ad/(K(A-d))$  时,有  $au_1 - d < 0, \beta u_1 - d < 0$ ,所以  $dL_1/(dt) \leq 0$ 。同时,  $dL_1/(dt) = 0$  当且仅当  $u = u_1$ ,

$v = 0, w = 0$ 。因此,由 LaSalle 不变性原理可知,  $E_1$  是全局渐近稳定的。

(iii) 当  $A > d$  且  $\beta > Ad/(K(A-d))$  时,定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}
 L_2 = & u - u_2 - u_2 \ln \frac{u}{u_2} + v + w - \\
 & w_2 - w_2 \ln \frac{w}{w_2},
 \end{aligned}$$

则  $L_2$  沿着模型(1)的轨线的全导数为:

$$\begin{aligned}
 \frac{dL_2}{dt} = & \left(1 - \frac{u_2}{u}\right) \left(Au\left(1 - \frac{u}{K}\right) - auv - \right. \\
 & \left. \beta u w - du\right) + \left(auv - dv - \frac{av}{1+bv}\right) + \\
 & \left(1 - \frac{w_2}{w}\right) \left(\beta u w - dw + \frac{av}{1+bv}\right) = \\
 & A\left(1 - \frac{u}{K}\right)(u - u_2) + (au_2 - d)v + \\
 & (\beta u_2 - d)w - d(u - u_2) - \\
 & \beta w_2(u - u_2) - \frac{avw_2}{w(1+bv)} \leq \\
 & -\frac{A}{K}(u - u_2)^2 + (au_2 - d)v.
 \end{aligned}$$

当  $\beta > \alpha$  时,  $au_2 - d < 0$ ,所以  $dL_2/(dt) \leq 0$ 。同时,  $dL_2/(dt) = 0$  当且仅当  $u = u_2, v = 0$ ,此时,  $w = w_2$ 。因此,由 LaSalle 不变性原理可知,当  $A > d, \beta > \max\{\alpha, Ad/(K(A-d))\}$  时,  $E_2$  是全局渐近稳定的。

(iv) 当  $A > d, \beta < \alpha + bd(A-d)/(a+d)$  且  $u^* \in (d/\alpha, \min\{d/\beta, (a+d)/\alpha\})$  时,定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}
 L^* = & u - u^* - u^* \ln \frac{u}{u^*} + v - v^* - v^* \ln \frac{v}{v^*} + \\
 & w - w^* - w^* \ln \frac{w}{w^*},
 \end{aligned}$$

则  $L^*$  沿着模型(1)轨线的全导数为:

$$\begin{aligned}
 \frac{dL^*}{dt} = & \left(1 - \frac{u^*}{u}\right) \left(Au\left(1 - \frac{u}{K}\right) - auv - \beta u w - \right. \\
 & \left. du\right) + \left(1 - \frac{v^*}{v}\right) \left(auv - dv - \frac{av}{1+bv}\right) + \\
 & \left(1 - \frac{w^*}{w}\right) \left(\beta u w - dw + \frac{av}{1+bv}\right) = \\
 & (u - u^*) \left(-\frac{A}{K}(u - u^*) - \alpha(v - v^*) - \right. \\
 & \left. \beta(w - w^*)\right) + \\
 & (v - v^*) \left(\alpha(u - u^*) - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a \left( \frac{1}{1+bv} - \frac{1}{1+bv^*} \right) + \\
& (w-w^*)(\beta(u-u^*)) + \\
& a \left( \frac{v}{w(1+bv)} - \frac{v^*}{w^*(1+bv^*)} \right) = \\
& -\frac{A}{K}(u-u^*)^2 + \frac{ab(v-v^*)^2}{(1+bv)(1+bv^*)} + \\
& \frac{a(vw^* - v^*w)(w-w^*)}{vw^*(1+bv)(1+bv^*)} - \\
& \frac{abv^*(w-w^*)^2}{vw^*(1+bv^*)(1+bv)} = \\
& -\frac{A}{K}(u-u^*)^2 + \\
& \frac{a(vw^* - wv^*)}{vw^*(1+bv)(1+bv^*)} (bw(v-v^*) + \\
& (1+bv^*)(w-w^*)).
\end{aligned}$$

若  $w < vw^*/v^*$  且  $v < v^*$  (或  $w > vw^*/v^*$  且  $v > v^*$ ), 则有  $dL^*/(dt) < 0$ . 因此,  $E^*$  是全局渐近稳定的. 证毕.

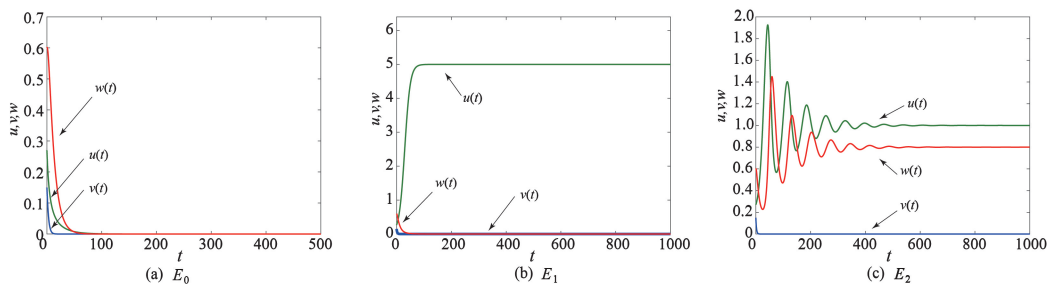


图 1 边界平衡点的全局稳定动力学行为

Fig. 1 The global stability of boundedness equilibrium

#### 4.2 边界平衡点 $E_1$ 的稳定性

由定理 3(ii) 和定理 4(ii) 可知, 当  $A > d$ ,  $\alpha < A(a+d)/(K(A-d))$  且  $\beta < Ad/(K(A-d))$  时, 模型(1)的平衡点  $E_1$  稳定而  $E_0$  不稳定. 图 1(b) 给出了当  $A=0.2, K=10, \alpha=0.05, a=0.35, \beta=0.01, d=0.1, b=0.2$  时, 模型(1)的解趋于  $E_1=(5, 0, 0)$  时的全局渐近稳定动力学行为. 这说明当内禀增长率  $A$  大于移出率  $d$ , 且传谣率  $\alpha$  以及无知者与教师的接触率  $\beta$  较小时, 系统中只剩下了无知者, 而传谣者和教师均移出了系统.

#### 4.3 边界平衡点 $E_2$ 的稳定性

由定理 3(iii) 和定理 4(iii) 可知, 当  $A > d$  且  $\beta > \max\{Ad/(K(A-d)), \alpha\}$  时, 模型(1)的解趋于  $E_2=(u_2, 0, w_2)$ . 图 1(c) 给出了当参数为  $A=0.2, K=10, \alpha=0.05, a=0.35, \beta=0.1, d=0.1, b=0.2$  时, 模型(1)的解趋于  $E_2=(1, 0, 0.8)$  时的全局稳定动力学行为. 也就是说, 当内禀增长率

## 4 数值模拟及结果分析

模型(1)的平衡点表示随着时间的推移舆情传播的最终状态. 本节将选取不同参数, 应用计算机数值仿真进一步研究舆情传播规律, 为舆情传播控制措施的制定提供参考依据.

### 4.1 灭绝平衡点 $E_0$ 的稳定性

由定理 3(i) 和定理 4(i) 可知, 当  $A < d$ , 即内禀增长率  $A$  小于移出率  $d$  时, 模型(1)的解趋于灭绝平衡点  $E_0=(0, 0, 0)$ . 图 1(a) 列示了当选取参数  $A=0.05, K=10, \alpha=0.5, a=0.35, \beta=0.1, d=0.1, b=0.2$  时, 模型(1)的解趋于  $E_0$  时的全局渐近稳定动力学行为. 显然, 所有人最终将移出系统, 舆情系统灭绝. 这说明舆情本身可能没有吸引力, 导致移出系统的人数比例大于进入系统的人数比例, 随着时间的推移, 舆情消失. 这也从动力学角度说明了“谣言不攻自破, 真相自在人心”的道理.

$A$  大于移出率  $d$ , 且无知者与智者的接触率  $\beta$  较大 (至少大于传谣率  $\alpha$ ) 时, 最终无知者和教师共存, 传谣者移出系统. 这也从动力学角度说明了谚语“谣言止于智者”的科学寓意.

### 4.4 正平衡点 $E^*$ 的稳定性

由定理 3(iv) 可知, 当  $A > d, \beta < \alpha + bd(A-d)/(a+d), u^* \in (d/\alpha, \min\{d/\beta, (a+d)/\alpha\})$  且  $\Delta_0 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_1\Delta_2 - \Delta_0 > 0$  时, 模型(1)的解趋于正平衡点  $E^*=(u^*, v^*, w^*)$ . 图 2(a) 给出了  $A=0.2, K=10, \alpha=0.5, a=0.44, \beta=0.09, d=0.1, b=0.2$  时, 模型(1)的解趋于共存平衡点  $E^*=(1.079, 0.006, 0.841)$  时的全局稳定动力学行为. 显然, 无知者、传谣者和智者将长期共存.

当教师管理效应降低到某一水平时, 例如, 选取  $a=0.419$ , 则

$$A > d, \beta < \alpha + \frac{bd(A-d)}{a+d} = 0.504,$$

$$u^* \in (0.20, \min\{1.11, 1.04\}),$$

$$\Delta_0 = 0.00027 > 0,$$

$$\Delta_2 = 0.02644 > 0, \Delta_1 \Delta_2 - \Delta_0 \approx 0,$$

这与定理 3 的条件不符。此时,模型(1)存在正平衡点  $E^* = (1.035, 0.013, 0.808)$ 。从图 2(b)可知,在这种情况下,模型(1)在正平衡点  $E^*$  附近发生 Hopf 分支。

而当选取  $a = 0.4$  时,可以得到

$$A > d, \beta < \alpha + bd(A - d)/(a + d) = 0.504,$$

$$u^* \in (0.2, \min\{1.1, 1.0\}),$$

$$\Delta_0 = 0.0004 > 0, \Delta_2 = 0.02863 > 0,$$

$$\Delta_1 \Delta_2 - \Delta_0 = -0.00007 < 0,$$

同样,这不符合定理 3 稳定性条件。从图 2(c)可以看出,模型(1)存在不稳定正平衡点  $E^* = (0.997, 0.020, 0.778)$ ,且围绕  $E^*$  产生 Hopf 分支,从而出现周期现象。

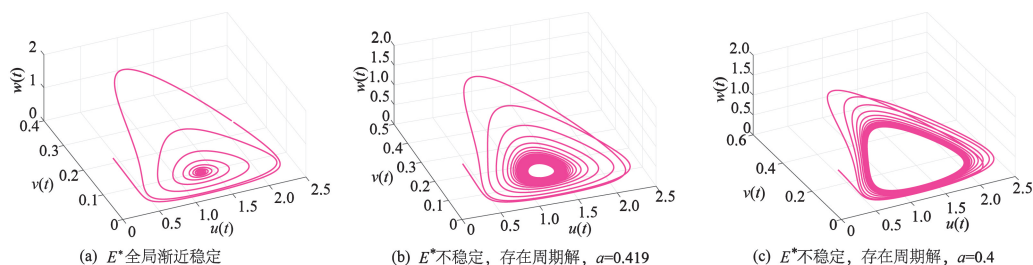


图 2 模型(1)正平衡点  $E^*$  的稳定性和周期解的存在性

Fig. 2 The stability of  $E^*$  and the existence of periodic solution of model (1)

### 4.5 教师管理效应

为了进一步研究教师管理对于舆情传播的影响,下面通过数值模拟探讨造谣者与管理效应参数  $a$  之间的关系。作为例子,取参数为  $A = 0.2, K = 10, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, d = 0.1, b = 0.2$ ,图 3 给出了当控制参数在区间  $(0.2, 0.5)$  上连续变化时,造谣者  $v$  与  $a$  的关系。

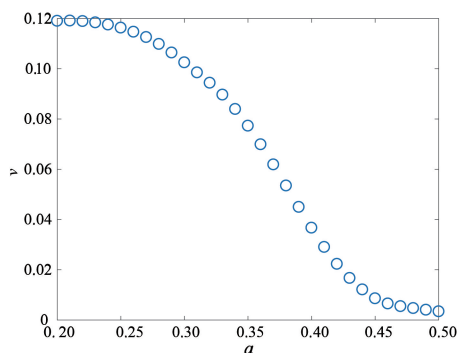


图 3 造谣者  $v$  与教师管理效应参数  $a$  的关系图

Fig. 3 The relationship between spreader  $v$  and administrative intervention effect  $a$

显然,随着教师管理效应参数  $a$  的增大,  $v$  将逐渐减少。这说明在舆情四起之际,作为管理者的教师的及时干预(例如通过校方渠道公布事件真相、及时揭露某些不怀好意的所谓“大 V”等造谣、造谣者的险恶意图等),对于有效控制高校网络舆

情传播具有重要作用。

## 5 讨论

通过对舆情传播模型(1)的平衡点稳定性分析和计算机数值模拟,揭示了高校网络舆情传播规律。研究表明:当内禀增长率  $A$  大于移出率  $d$ ,且无知者与管理者的接触率  $\beta$  大于造谣率  $\alpha$  时,最终系统中仅有无知者和管理者共存,而造谣者移出系统。表明在这种情况下管理者的公信力较高,大学生网民在教师的正面影响下对舆情具有一定的辨识能力,并且不信谣、不传谣,最终舆情销声匿迹。这正是“谣言止于智者”这一古老谚语的动力学表达(参见图 1(c))。此外,当造谣率  $\alpha$  大于无知者与管理者的接触率  $\beta$  时,即使教师管理强度比较大,舆情也可能会长期存在(参见图 2(a))。随着管理强度  $a$  的减小,模型(1)的正平衡点可能会从稳定变为不稳定(参见图 2(b)和图 2(c))。因此,教师应加大与那些无法辨识舆情且容易被舆情影响的无知者的接触率,以增大教师的影响力,从而引导大学生明辨是非,自觉维护网络意识形态安全,是控制舆情扩散的有效措施。另一方面,图 3 表明管理效应  $a$  与造谣者  $v$  的数量成反比。也就是说,加大教师管理强度  $a$  能够有效控制造谣者的数量,从而达到有效控制舆情传播的目的。

## 参考文献:

- [1] 周升铭,王鹏. 高校网络舆情的生成、传播与引导机制研究[J]. 学校党建与思想教育, 2020(24): 59-60, 63.  
ZHOU Shengming, WANG Peng. Research on the generation, dissemination and guidance mechanism of college network public opinion[J]. The Party Building and Ideological Education in Schools, 2020(24): 59-60, 63.
- [2] DALEY D J, KENDALL D G. Epidemics and rumours[J]. Nature, 1964, 204(4963): 1118.
- [3] HUO Liang'an, CHEN Sijing, ZHAO Laijun. Dynamic analysis of the rumor propagation model with consideration of the wise man and social reinforcement[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2021, 571: 125828.
- [4] HUO Liang'an, LI Xiao. An interplay model for official information and rumor spreading with impulsive effects[J]. Advances in Difference Equations, 2019, 2019: 164.
- [5] HUO Liang'an, MA Chenyang. Optimal control of rumor spreading model with consideration of psychological factors and time delay[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2018, 2018: 9314907.
- [6] SUN Xianli, WANG Youguo, CANG Linqing. Correlation and trust mechanism-based rumor propagation model in complex social networks[J]. Chinese Physics B, 2022, 31(5): 050202.
- [7] CHENG Yingying, HUO Liang'an, ZHAO Laijun. Dynamical behaviors and control measures of rumor-spreading model in consideration of the infected media and time delay[J]. Information Sciences, 2021, 564: 237-253.
- [8] YU Zhenhua, LU Si, WANG Dan, et al. Modeling and analysis of rumor propagation in social networks[J]. Information Sciences, 2021, 580: 857-873.
- [9] ZHAO Hongyong, ZHU Linhe. Dynamic analysis of a reaction-diffusion rumor propagation model[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2016, 26(6): 1650101.
- [10] ZHU Linhe, WANG Xuwei, ZHANG Zhengdi, et al. Spatial dynamics and optimization method for a rumor propagation model in both homogeneous and heterogeneous environment[J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 105(4): 3791-3817.
- [11] JIA Fangju, LYU Guangying, ZOU Guangan. Dynamic analysis of a rumor propagation model with Lévy noise[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2018, 41(4): 1661-1673.
- [12] 赵敏, 陈文霞, 张平正. 在线社交网络中谣言传播模型的稳定性分析[J]. 扬州大学学报(自然科学版), 2018, 21(2): 21-24.  
ZHAO Min, CHEN Wenxia, ZHANG Pingzheng. Stability analysis of a rumor propagation model in online social networks[J]. Journal of Yangzhou University (Natural Science Edition), 2018, 21(2): 21-24.

责任编辑:郭红建