信阳师范学院学报(自然科学版)
JOURNAL OF XINYANG NORMAL UNIVERSITY (Natural Science Edition)

一类可解保积Hom-李代数的确定

李小朝， 胡余旺

引用本文:
李小朝, 胡余旺. 一类可解保积Hom-李代数的确定[J]. 信阳师范学院学报自然科学版, 2021, 34(4): 545-548. doi: 10.3969/j.issn.1003-0972.2021.04.006
LI Xiaochao, HU Yuwang. The Determination of a Class of Solvable Multiplicative Hom-Lie Algebras[J]. Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition), 2021, 34(4): 545-548. doi: 10.3969/j.issn.1003-0972.2021.04.006

在线阅读 View online: https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2021.04.006

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

一族离散的刘维尔可积系及其耦合系统
A Hierarchy of Discrete Liouville Integrable System and Its Coupling System
信阳师范学院学报自然科学版, 2018, 31(4): 525-529. https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2018.04.003

非线性切换系统的鲁棒有限时间有界性与L_2增益分析
Robust Finite-time Boundedness and L_2-gain Analysis of Nonlinear Switched Systems
信阳师范学院学报自然科学版, 2020, 33(3): 354-360. https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2020.03.003

交换环的二部本质图
Bipartite Essential Graphs of Commutative Rings
信阳师范学院学报自然科学版, 2020, 33(1): 37-41. https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2020.01.007

关于A_5型量子群单项式的讨论
Monomials in Quantum Group for Type A_5
信阳师范学院学报自然科学版, 2020, 33(4): 533-537. https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2020.04.004

模李超代数(P)(2)的诱导模
Induced Module of Modular Lie Superalgebra (P) (2)
信阳师范学院学报自然科学版, 2019, 32(1): 1-4. https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-0972.2019.01.001

DOI:10.3969/j.issn.1003-0972.2021.04.006 **文章编号**:1003-0972(2021)04-0545-04

一类可解保积 Hom-李代数的确定

李小朝[1*],胡余旺[2]

(1.黄淮学院 数学与统计学院,河南 驻马店 463000;2.信阳师范学院 数学与统计学院,河南 信阳 464000)

摘 要:利用幂零李代数 Q_{2n} 及其自同构 α 的形变,得到幂零保积 Hom-李代数(Q_{2n},[,]′,α). 研究并确定了以幂零保积 Hom-李代数(Q_{2n},[,]′,α)为幂零根基的有限维不可分解的可解保积 Hom-李代数(L,[,]′,σ). 结果表明 Hom-李代数(L,[,]′,σ)的维数为 dim Q_{2n}+1.

关键词:幂零李代数;可解李代数;Hom-李代数;幂零根基

中图分类号:O152.5 **文献标识码**:A **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

The Determination of a Class of Solvable Multiplicative Hom-Lie Algebras

LI Xiaochao[1*], HU Yuwang[2]

(1. College of Mathematics and Statistics, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China;
2. College of Mathematics and Statistics, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China)

Abstract: By the deformation of nilpotent Lie algebra Q_{2n} and its automorphism α, nilpotent multiplicative Hom-Lie algebra (Q_{2n},[,]′,α) is obtained. All finite-dimensional indecomposable solvable multiplicative Hom-Lie algebras (L,[,]′,σ), having the nilpotent multiplicative Hom-Lie algebra (Q_{2n},[,]′,α) as the nilradical, are studied and determined. It shows that the dimension of Hom-Lie algebra (L,[,]′,σ) is dimQ_{2n}+1.

Key words: nilpotent Lie algebra; solvable Lie algebra; Hom-Lie algebra; nilradical

0 引言

2006 年,HARTWIG 等[1]在研究 Witt 代数和 Virasoro 代数的形变理论时提出了 Hom-李代数的概念. Hom-李代数是把李代数的 Jacobi 等式通过线性映射进行扭曲而得到新的代数结构,可以看作李代数的形变或推广. 由于 Hom-李代数与理论物理、量子群等理论有着紧密的联系,自被提出以来,就得到较为广泛和深入的研究. BENAYADI 等[2]研究了具有对称不变双线性型的 Hom-李代数. 陈良云[3]给出了 Hom-李型代数的很多研究成果和应用,包括 Hom-型代数、Hom-结合代数和 Hom-超代数等方面. ZHAO 等[4]研究了 Hom-李共形代数的形变和广义导子. 与 Hom-李代数相关的代数结构方面,保积 Hom-李代数的结构[5]、复半单李代数的 Hom-代数结构[6]和李代数 W(2,2)上的 Hom-李代数结构[7]等已经被研究. 但是由于 Hom-李代数所用线性映射的多样性,其分类问题很复杂. 文献[8-9]分别研究了三维保积 Hom-李代数的结构分类和三维复 Hom-李代数的分类等. 维数较高的 Hom-李代数的分类目前并不多见. 本文把通常李代数的一些结构理论应用到 Hom-李代数,研究相关 Hom-李代数的结构和分类. 文献[10]通过已知的幂零李代数 N,研究了具有给定幂零根基 N 的可解李代数 S 的分类. 受此启发,本文首先给出了一类幂零的保积 Hom-李代数(Q_{2n},[,]′,α),然后研究以它为幂零根基的所有有限维不可分解的可解保积 Hom-李代数的结构和分类.

1 预备知识

定义 1[1-2] 设 L 是复数域 $\mathbf{C}$ 上一个线性空间,$\alpha: L\to L$ 是一个线性映射. 若二元运算 $L\times L\to L:(x,y)\to[x,y]$是双线性的,且对 $\forall x,y,z\in L$ 满足

1) $[x,y]=-[y,x]$,

2) $[\alpha(x),[y,z]]+[\alpha(y),[z,x]]+[\alpha(z)$,

收稿日期:2020-04-01;**修订日期**:2020-11-27;*.**通信联系人**,E-mail:lixiaochao81@163.com

基金项目:国家自然科学基金项目(11871190);河南省高等学校青年骨干教师培养计划项目(2019GGJS228)

作者简介:李小朝(1981—),男,河南驻马店人,副教授,博士,主要从事李代数和模糊代数研究.

$[x,y]]=0$,

称三元组$(L,[,],\alpha)$是一个 Hom-李代数，2)称为 Hom-Jacobi 等式.若还满足 $\alpha([x,y])=[\alpha(x),\alpha(y)]$,则称$(L,[,],\alpha)$为保积 Hom-李代数.

若存在李代数$(L,[,]')$和代数自同态 α 满足 $[x,y]=\alpha[x,y]'=[\alpha(x),\alpha(y)]'$, $\forall x,y\in L$,则称$(L,[,],\alpha)$是李型 Hom-李代数.

定义 2　设$(L,[,],\alpha)$是 Hom-李代数.若 L 的子空间 L_1 满足 $\alpha(L_1)\subseteq L_1$, $[L_1,L_1]\subseteq L_1$,称$(L_1,[,],\alpha|_{L_1})$是$(L,[,],\alpha)$的 Hom-子代数.若 L 的子空间 L_2 满足 $\alpha(L_2)\subseteq L_2$, $[L_2,L]\subseteq L_2$,称$(L_2,[,],\alpha|_{L_2})$是$(L,[,],\alpha)$的 Hom-理想.

定义 3　定义 Hom-李代数$(L,[,],\alpha)$的导出列为

$$L^{(0)}=L,L^{(1)}=[L,L],L^{(2)}=[L^{(1)},L^{(1)}],$$
$$\cdots,L^{(s)}=[L^{(s-1)},L^{(s-1)}],\cdots.$$

若存在正整数 m,使得 $L^{(m)}=0$,且有 $\alpha(L^{(s)})\subset L^{(s)}$,称$(L,[,],\alpha)$为可解的.

定义 Hom-李代数$(L,[,],\alpha)$的降中心列 $L^0=L,L^1=[L,L],L^2=[L,L^1],\cdots,L^t=[L,L^{t-1}],\cdots$.若存在正整数 n,使得 $L^n=0$,且有 $\alpha(L^t)\subset L^t$,称$(L,[,],\alpha)$为幂零的.

定义 4　设$(L_1,[,]_1,\alpha_1)$、$(L_2,[,]_2,\alpha_2)$是两个 Hom-李代数,$f:L_1\to L_2$ 是一个线性映射.若对 $\forall x,y\in L_1$,都有 $f([x,y]_1)=[f(x),f(y)]_2$ 和 $f\circ\alpha_1=\alpha_2\circ f$,称 f 是一个 Hom-李代数同态.特别地,若 f 是可逆的线性映射,则称 f 是一个 Hom-李代数同构,而 Hom-李代数$(L_1,[,]_1,\alpha_1)$、$(L_2,[,]_2,\alpha_2)$是同构的.

对可解的保积 Hom-李代数,由文献[5]定理 2.1 有引理 1.

引理 1　设$(L,[,],\alpha)$是保积 Hom-李代数,α 可逆,则$(L,[,],\alpha)$可解的充要条件是李代数$(L,[,]')$可解,其中$[,]'=\alpha^{-1}([\cdot,\cdot])$.

2　具有给定幂零根基的可解保积 Hom-李代数

本节研究的幂零李代数 $Q_{2n}(n\geqslant 4)$具有基$\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n}\}$和方括号运算:

$$[X_1,X_i]=X_{i+1},2\leqslant i\leqslant 2n-1;$$
$$[X_j,X_{2n-1-j}]=(-1)^jX_{2n},2\leqslant j\leqslant n-1,$$

其他方括号运算为 0,则 $\alpha=\mathrm{diag}(a,a^3,a^5,\cdots,a^{2n+1})$是 Q_{2n} 上一个自同构,这里 a 不等于零且不是单位根.

令$[X_1,X_i]'=a^{i+2}X_{i+1},2\leqslant i\leqslant 2n-1$;$[X_j,X_{2n-1-j}]'=(-1)^ja^{2n+1}X_{2n},2\leqslant j\leqslant n-1$,则$(Q_{2n},[,]',\alpha)$是一个保积 Hom-李代数,且是幂零的,但不是李代数.

下面研究以$(Q_{2n},[,]',\alpha)$为幂零根基的可解保积 Hom-李代数,这里的可解指的是可解、不可分解和非幂零.幂零根基指的是李代数的极大幂零理想,可解李代数的幂零根基是唯一的.对 Hom-李代数同样有幂零根基的概念.

若 L_{2n+p} 具有基$\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n},Y_1,Y_2,\cdots,Y_p\}$,使得$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$是以$(Q_{2n},[,]',\alpha)$为幂零根基的可解保积 Hom-李代数,则有 $\sigma|_{Q_{2n}}=\alpha$, $[L_{2n+p},L_{2n+p}]'=Q_{2n}$.设 σ 在上述基下的矩阵仍记为 $\boldsymbol{\sigma}$,选取适当的 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_p$,可使

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{pmatrix}\alpha & \boldsymbol{B}\\ 0 & \boldsymbol{\Lambda}\end{pmatrix},$$

其中

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}b_{11} & \cdots & b_{1p}\\ \vdots & & \vdots\\ b_{2n,1} & \cdots & b_{2n,p}\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix}b_{2n+1,1} & \cdots & b_{2n+1,p}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & b_{2n+p,p}\end{pmatrix}\text{为上三角矩阵.}$$

定理 1　设$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$是可解的保积 Hom-李代数,则 σ 是可逆的.

证明　若 $b_{2n+1,1}=0$,则选取适当的 Y_1,使得 $b_{11}=\cdots=b_{2n,1}=0$,也就是有 $\sigma(Y_1)=0$.

设$[Y_1,X_i]'=c_{1i}X_1+c_{2i}X_2+\cdots+c_{2n,i}X_{2n}$ $(i=1,2,\cdots,2n)$,则有

$$\sigma(c_{1i}X_1+c_{2i}X_2+\cdots+c_{2n,i}X_{2n})=$$
$$\sigma([Y_1,X_i]')=[\sigma(Y_1),\sigma(X_i)]'=$$
$$[0,\sigma(X_i)]'=0,$$

即 $c_{1i}aX_1+c_{2i}a^3X_2+\cdots+c_{2n,i}a^{2n+1}X_{2n}=0$.由于 $a\neq 0$,得到 $c_{1i}=c_{2i}=\cdots=c_{2n,i}=0$,也就是$[Y_1,X_i]'=0(i=1,2,\cdots,2n)$.

令 $L_{2n+1}=\mathrm{span}\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n},Y_1\}$,则$(L_{2n+1},[,]',\sigma|_{L_{2n+1}})$是一个幂零的保积 Hom-李代数,且包含$(Q_{2n},[,]',\alpha)$,与$(Q_{2n},[,]',\alpha)$是幂零根基矛盾.因此 $b_{2n+1,1}\neq 0$.

同理可证 $b_{2n+i,i}\neq 0(2\leqslant i\leqslant p)$,则 $\boldsymbol{\Lambda}$ 可逆,因而结论成立.证毕.

由定理 1 可以看到,若$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$是可解的保积 Hom-李代数,则 σ 是可逆的,也是自同构.

定义运算：$[,]=\sigma^{-1}[,]'$，则$(L_{2n+p},[,])$是李代数．由引理1可得下面命题．

命题1 保积 Hom-李代数$(Q_{2n},[,]',\alpha)$是$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$的幂零根基的充要条件是李代数$(Q_{2n},[,])$是$(L_{2n+p},[,])$的幂零根基．

由命题1可知，要求出可解的保积 Hom-李代数$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$，只需求出可解李代数$(L_{2n+p},[,])$，以及$(L_{2n+p},[,])$的自同构σ满足$\sigma|_{Q_{2n}}=\alpha$即可．下面计算以$(Q_{2n},[,])$为幂零根基的可解李代数$(L_{2n+p},[,])$．由文献[10]可知，要求出以$(Q_{2n},[,])$为幂零根基的所有可解李代数，只需找出$(Q_{2n},[,])$的所有非等价的线性幂零无关的外导子集合$\{D^1,D^2,\cdots,D^s\}$．这里的线性幂零无关是指，若$D^1,D^2,\cdots,D^s$是非幂零的，有$D^1,D^2,\cdots,D^s$的任意非平凡线性组合也是非幂零的．

命题2 设$\boldsymbol{D}\in\mathrm{Der}(Q_{2n})$，则$\boldsymbol{D}$在基$\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n}\}$下对应的矩阵是下三角矩阵，其中对角线元素满足$d_{ii}=(i+1)d_{11}(2\leqslant i\leqslant 2n)$，形式为

$$\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}d_{11}&0&\cdots&0&0\\d_{21}&3d_{11}&\cdots&0&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&*&\cdots&2nd_{11}&0\\0&*&\cdots&0&(2n+1)d_{11}\end{pmatrix}.$$

证明 设$\boldsymbol{D}(X_i)=\sum\limits_{k=1}^{2n}d_{ki}X_k(1\leqslant i\leqslant 2n)$，其中$d_{ki}$为常数．由于导代数$[Q_{2n},Q_{2n}]=\mathrm{span}\{X_3,X_4,\cdots,X_{2n}\}$，由条件

$$\boldsymbol{D}(X_{i+1})=[\boldsymbol{D}(X_1),X_i]+[X_1,\boldsymbol{D}(X_i)],\quad 2\leqslant i\leqslant 2n-1,$$

可以得到$d_{ki}=0(3\leqslant i\leqslant 2n,k<i)$．由$[X_2,X_3]=0$，有$[\boldsymbol{D}(X_2),X_3]+[X_2,\boldsymbol{D}(X_3)]=0$，得到$d_{12}=0$．因而$\boldsymbol{D}=(d_{ij})$是下三角矩阵．

考虑导子在基元素X_i,X_j上的作用，得到如下条件：

(C1) $i=1,2\leqslant j\leqslant 2n-1$：$d_{j+1,j+1}=d_{11}+d_{jj}$；

(C2) $2\leqslant i\leqslant n-1,j=2n-1-i$：$d_{2n,2n}=d_{ii}+d_{2n-1-i,2n-1-i}$．

由条件(C1)、(C2)得到，

$$d_{ii}=(i+1)d_{11}(2\leqslant i\leqslant 2n).$$

接下来可以添加适当的内导子，把外导子矩阵进行化简．令$Y_k'=Y_k+\sum\limits_{i=1}^{2n}a_iX_i$，可转化出$d_{i1}=0$ $(3\leqslant i\leqslant 2n)$和$d_{2n,2n-1}=0$．证毕．

由命题2，对所有的外导子$\{D^1,D^2,\cdots,D^s\}$，都可以做同样的计算，因此可设

$$\boldsymbol{D}^k=\begin{pmatrix}d_{11}^k&0&\cdots&0\\d_{21}^k&3d_{11}^k&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&*&\cdots&(2n+1)d_{11}^k\end{pmatrix},$$

外导子$\boldsymbol{D}^k$的对角线元素完全由d_{11}^k确定．假设$\{\boldsymbol{D}^1,\boldsymbol{D}^2\}$是两个线性无关的外导子，由线性代数知识知道，$x_1d_{11}^1+x_2d_{11}^2=0$有非零解．所以$x_1d_{11}^1+x_2d_{11}^2$可以是幂零矩阵，或者$\{\boldsymbol{D}^1,\boldsymbol{D}^2\}$不是线性幂零无关的．由于三个或者更多上述形式的外导子都不是线性幂零无关的，因此线性幂零无关外导子的个数至多为1．

命题3 设可解李代数L_{2n+p}的幂零根基为Q_{2n}，则$p=1$，即$\dim L_{2n+1}=2n+1$．

对保积 Hom-李代数，有相同的结论：

定理2 设可解的保积 Hom-李代数$(L_{2n+p},[,]',\sigma)$的幂零根基为$(Q_{2n},[,]',\alpha)$，则$p=1$，即$\dim L_{2n+1}=2n+1$．

设$\boldsymbol{\sigma}=\begin{pmatrix}\alpha&\boldsymbol{B}\\0&b\end{pmatrix}$，其中$\boldsymbol{B}=(b_1,b_2,\cdots,b_{2n})^{\mathrm{T}}$，则由定理1知，$\boldsymbol{\sigma}$是李代数$L_{2n+1}$的自同构．由命题2有，$[Y,X_1]=d_{11}X_1+d_{21}X_2$，可以得到

$$-ab_2X_3-ab_3X_4-\cdots-ab_{2n-1}X_{2n}+ab(d_{11}X_1+d_{21}X_2)=ad_{11}X_1+a^3d_{21}X_2.$$

又因为a不等于零且不是单位根，则有$b_2=\cdots=b_{2n-1}=0$，$b=1$和$d_{21}=0$．

由命题2有，$[Y,X_{2n-1}]=2nd_{11}X_{2n-1}$和$\sigma$是自同构，可以得到$b_1=0$．选取适当的$Y$，或者令

$$Y'=Y+\frac{b_{2n}}{1-a^{2n+1}}X_{2n},$$

有$\sigma(Y')=Y'$．因此选取适当的Y有$\boldsymbol{\sigma}=\mathrm{diag}(a,a^3,a^4,\cdots,a^{2n+1},1)$．

命题4 以Q_{2n}为幂零根基的可解李代数只有一个$L_{2n+1}=\mathrm{span}\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n},Y\}$：

$[X_1,X_i]=X_{i+1},2\leqslant i\leqslant 2n-1$，

$[X_j,X_{2n-1-j}]=(-1)^jX_{2n},2\leqslant j\leqslant n-1$，

$[Y,X_1]=X_1$，

$[Y,X_k]=(k+1)X_k,2\leqslant k\leqslant 2n$．

证明 由上面的分析知，$[Y,X_1]=X_1$．

设$[Y,X_i]=\sum\limits_{k=i}^{2n}d_{ki}X_k(2\leqslant i\leqslant 2n)$，由于$\boldsymbol{\sigma}$

是同构映射,则

$$a^{i+1}(d_{ii}X_i+d_{i+1,i}X_{i+1}+\cdots+d_{2n,i}X_{2n})=\\ a^{i+1}d_{ii}X_i+a^{i+2}d_{i+1,i}X_{i+1}+\cdots+\\ a^{2n+1}d_{2n,i}X_{2n}.$$

由于 a 不等于零且不是单位根,得到 $d_{i+1,i}=\cdots=d_{2n,i}=0(2\leqslant i\leqslant 2n)$. 结合命题 2,取适当的 Y 使得 $d_{11}=1$,即有 $[Y,X_k]=(k+1)X_k,2\leqslant k\leqslant 2n$,故有结论成立. 证毕.

注 在计算可解李代数 L_{2n+1} 时,不能像文献[10]中那样对 Q_{2n} 的基 $\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n}\}$ 做变换. 因为幂零 Hom-李代数给定之后,其线性映射 α 是确定的,在研究幂零李代数的可解扩张时,基元素的变换要与 α 相适应.

由命题 4 可以得到主要结论如下:

定理 3 以 $(Q_{2n},[,]',\alpha)$ 为幂零根基的可解保积 Hom-李代数只有一个 $(L_{2n+1},[,]',\sigma)$,其中 $L_{2n+1}=\mathrm{span}\{X_1,X_2,\cdots,X_{2n},Y\}$,方括号运算为:

$$[X_1,X_i]'=a^{i+2}X_{i+1},2\leqslant i\leqslant 2n-1,$$
$$[X_j,X_{2n-1-j}]'=(-1)^j a^{2n+1}X_{2n},2\leqslant j\leqslant n-1,$$
$$[Y,X_1]'=aX_1,$$
$$[Y,X_k]'=(k+1)a^{k+1}X_k,2\leqslant k\leqslant 2n.$$

3 结束语

由于 Hom-李代数与相应的线性映射有关,其结构理论较为复杂. 利用给定的幂零保积 Hom-李代数,研究以其为幂零根基的可解保积 Hom-李代数是一个切实可行的途径,这种 Hom-李代数比较方便研究. 因此把通常李代数的结构理论推广到 Hom-李代数上,是研究 Hom-李代数结构理论的一个具体方法.

参考文献:

[1] HARTWIG J T, LARSSON D, SILVESTROV S D. Deformations of Lie algebras using σ-derivations[J]. Journal of Algebra, 2006, 295(2): 314-361.

[2] BENAYADI S, MAKHLOUF A. Hom-Lie algebras with symmetric invariant nondegenerate bilinear forms[J]. Journal of Geometry and Physics, 2014, 76(1): 38-60.

[3] 陈良云. Hom-李型代数的若干结果[J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2017, 40(2): 248-261.
CHEN Liangyun. Some advances on Hom-Lie type algebras[J]. Journal of Sichuan Normal University (Natural Science), 2017, 40(2): 248-261.

[4] ZHAO J, YUAN L, CHEN L. Deformations and generalized derivations of Hom-Lie conformal algebras[J]. Science China Mathematics, 2018, 61(5): 797-812.

[5] 李秀仙. 保积 Hom-李代数的结构[J]. 数学进展, 2014, 43(6): 817-823.
LI Xiuxian. Structures of multiplicative Hom-Lie algebras[J]. Advances in Mathematics, 2014, 43(6): 817-823.

[6] XIE W, JIN Q, LIU W. Hom-structures on semi-simple Lie algebras[J]. Open Mathematics, 2015, 13(1): 617-630.

[7] 陈海波, 赖丹丹, 刘东. 李代数 $W(2,2)$上的 Hom-李代数结构[J]. 数学学报, 2020, 63(4): 403-408.
CHEN Haibo, LAI Dandan, LIU Dong. The Hom-Lie structure on the Lie algebra $W(2, 2)$[J]. Acta Mathematica Sinica, 2020, 63(4): 403-408.

[8] 李小朝, 李永凤. 三维保运算 Hom-李代数的分类[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2012, 25(4): 427-430, 455.
LI Xiaochao, LI Yongfeng. Classification of 3-dimensional multiplicative Hom-Lie algebras[J]. Journal of Xinyang Normal University(Natural Science Edition), 2012, 25(4): 427-430, 455.

[9] GARCÍA-DELGADO R, SALGADO G, SÁNCHEZ-VALENZUELA O A. On 3-dimensional complex Hom-Lie algebras[J]. Journal of Algebra, 2020, 555(1): 361-385.

[10] WANG Y, LIN J, DENG S. Solvable Lie algebras with quasifiliform nilradicals[J]. Communication in Algebra, 2008, 36(11): 4052-4067.

责任编辑:郭红建