

DOI: 10.3969/j.issn.1003-0972.2014.03.030

# 一种基于进化计算的高斯径向基网络模型构建方法

徐向艺<sup>1\*</sup>, 柴俊霞<sup>2</sup>, 姚 兰<sup>3</sup>

- (1. 平顶山学院 软件学院, 河南 平顶山 467002;
2. 北京市东城区职业大学 计算机系, 北京 100020;
3. 信阳师范学院 计算机与信息技术学院, 河南 信阳 464000)

**摘 要:** 为了提高高斯径向基神经网络模型的构建精度, 将径向基中心、基宽以及连接权构成分区实数编码结构, 将训练样本集作为每一个进化个体解码后的网络输入及输出, 并将样本的期望输出同网络实际输出的平均误差平方和作为进化个体的适应度函数, 将不同隐层节点数构成的进化个体的最优值作为设计问题的高斯径向基网络结构. 采用 2 个 Benchmark 测试函数验证在不同隐层节点数情况下通过该进化算法构建的径向基模型的精度, 从进化时间、进化代、最小适应度值以及均方根误差等方面作对比. 结果表明, 采用这种分区实数编码能高精度地构建不同设计问题的高斯径向基网络模型.

**关键词:** 进化计算; 径向基函数神经网络; 高斯径向基

中图分类号: TP183 文献标志码: A 文章编号: 1003-0972(2014)03-0425-04

## A Model of Gaussian Radial Basis Function Networks Based on Evolutionary Computation

Xu Xiangyi<sup>1\*</sup>, Chai Junxia<sup>2</sup>, Yao Lan<sup>3</sup>

- (1. School of Software Engineering, Pingdingshan University, Pingdingshan 467002, China;
2. School of Computer, Beijing Dongcheng District Vocational University, Beijing 100020, China;
3. College of Computer and Information Technology, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China)

**Abstract:** To improve the construction accuracy of Gaussian radial basis neural network model, a partition real number coding method was proposed by using Gaussian radial basis centers, width, and the connection weights. In this method, the training sample set was used as the network input and output after decoding each individual, and the sum of mean squared error between expectation output of the samples and actual network output was used as evolutionary individual fitness function, and the optimal value of the evolutionary individuals which consist of different hidden nodes was used as the final Gaussian RBF network structure. Simulations were carried out to test the proposed method through two benchmark testing functions. The accuracy of the proposed model construction method was evaluated in terms of different hidden nodes, evolutionary time, number of evolution-generation, minimal fitness and the root mean square error. Simulation results showed that the proposed model construction method has high accuracy for different design problems.

**Key words:** evolutionary computation; radial basis function(RBF) networks; radial basis of Gaussian

## 0 引言

径向基神经网络通过基函数能够将线性空间映射到复杂的非线性空间内, 使得在低维线性不可分问题变成在高维空间内线性可分, 从而实现在复杂非线性空间内对输入问题的逼近或分类<sup>[1]</sup>. 而决定 RBF 网络结构的主要参数是

基函数的类型以及隐层节点同输出神经元的连接权值, 而基函数的类型常采用薄板样条函数、多二次函数、逆多二次函数、高斯基函数、三次函数等<sup>[2]</sup>. 因高斯基函数具有径向对称、光滑性好等优点, 故径向基神经网络常采用高斯函数作网络的径向基函数, 而高斯基函数的中心以及基宽是决定整个径向基函数的关键参数, 故整个 RBF 网络结构将主

收稿日期: 2013-12-12; 修订日期: 2014-04-23; \* . 通信联系人, E-mail: pdsxypds@126.com

基金项目: 河南省基础与前沿研究项目(122300410210)

作者简介: 徐向艺(1979-), 女, 河南平顶山人, 讲师, 硕士, 主要从事智能算法和神经网络研究.

要有高斯基的中心、宽度以及连接权所决定。许多学者在 RBF 网络结构中心、基宽以及连接权方面作了许多研究,如张占南<sup>[3]</sup>采用有监督选取中心法和正交最小二乘法选取径向基中心; Shi D<sup>[4]</sup>采用灵敏度分析方法确定径向基中心; 王华秋<sup>[5]</sup>采用公式  $\sigma = d/\sqrt{2m}$  ( $d$  为两两中心的最大值,  $m$  为中心个数) 确定径向基的基宽; 龙文<sup>[6]</sup>提出一种基于梯度下降法的混合进化算法以获得径向基连接权值。总之, 这些学者基本上都对径向基某一或两方面参数设置进行网络结构的研究, 而很少有学者对这 3 部分参数设置同时进行研究。基于此, 笔者将构成径向基网络结构的 3 个关键参数采用进化计算统一进行编码, 并将网络的输出同期望输出的平均误差平方和作为进化个体的适应度评价函数, 通过进化计算的交叉、变异操作, 最终获得精度更高的 RBF 网络结构模型。并在进化计算过程中, 对进化算法本身参数施行动态自适应调整, 以提高 RBF 网络的精度。最后通过实例验证该方法构建的高斯径向基网络结构具有精度高、并能够满足设计问题的应用需要。

### 1 径向基神经网络基本结构

径向基神经网络模型有 3 层结构组成, 即为输入层、隐层和输出层。输入层节点仅是传递输入数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  到隐层节点, 且输入层神经元同隐层神经元间采用全相连接方式<sup>[7]</sup>。隐层神经元由对称性核函数组成, 它是通过隐层的核函数将线性输入空间映射到非线性隐层空间, 该核函数常采用薄板样条函数、多二次函数、逆多二次函数、高斯基函数、三次函数等, 这些核函数具有随着与中心点距离的增大, 函数曲线是单调递减(递增)趋势等特点, 常采用高斯基函数。

$$h_i = \exp\left(-\frac{\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

式(1)中  $c_i$  和  $\sigma_i$  分别代表第  $i$  个隐单元的高斯基中心和基宽。隐层到输出层节点由线性函数构成, 其具体形式为:

$$f_j(x) = w_j \cdot h = \sum_{i=1}^k w_{ij} \exp\left(-\frac{\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (2)$$

式(2)中  $h = (h_1, h_2, \dots, h_k)$  为隐层的输出矢量,  $w_{ij}$  为隐层的第  $j$  个神经元与输出层的第  $i$  个神经元的连接权。具体网络结构如图 1 所示。

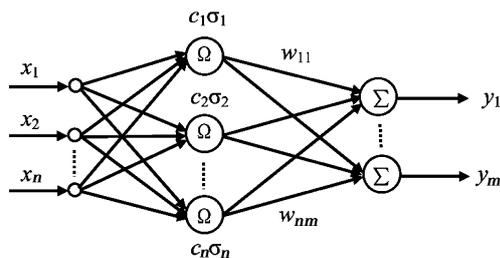


图 1 RBF 神经网络结构图

Fig. 1 RBF neural network structure

从图 1 可以看出, 输入层实现从  $x \rightarrow h_i$  的非线性映射, 输出层实现从  $h_i$  到  $y_k$  的线性映射。

## 2 基于进化计算的高斯径向神经网络模型构建方法

### 2.1 径向神经网络模型的编码

进化计算最先需要解决的是进化体的编码问题, 对于传统设计问题常采用二进制编码, 因二进制编码具有结构简单、运算速度快等优点, 但对于复杂问题采用二进制编码会使编码串太长而使进化速度变得慢。笔者采用分区实数编码, 即编码的每一部分均采用实数编码, 编码的每一分区代表不同的网络组成部分。从图 1 看出, RBF 神经网络主要结构有 3 部分组成。为研究方便, 隐层的每个神经元的径向基函数均采用高斯基函数, 故网络参数主要有高斯基中心  $x_i$ 、高斯基基宽  $\sigma_i$  以及隐层同输出层的连接权  $w_{ij}$ 。基于这些分析, 整个编码由 3 部分组成, 即:

$$\overbrace{b_{11} b_{12} \dots b_{1l_1}}^{U_1} \overbrace{b_{21} b_{22} \dots b_{2l_2}}^{U_2} \overbrace{\dots b_{3l_1} b_{3l_2} \dots b_{3l_1} b_{3l_2} \dots b_{3l_1} b_{3l_2}}^{U_3}$$

其中:  $b_{ij} \in \mathbf{R}$ ,  $U_1$  区为隐层各个神经元的高斯基函数中心编码,  $b_{i1}$  表示第  $i$  个高斯基中心编码,  $l_1$  表示基中心个数;  $U_2$  区为隐层各个神经元的高斯基函数基宽编码,  $b_{i2}$  表示第  $i$  个高斯基基宽编码,  $l_1$  表示基中心个数;  $U_3$  区是隐层神经元到输出层神经元的连接权编码,  $b_{3j}$  表示隐层第  $j$  神经元同输出层第  $i$  神经元的连接权编码,  $l_2$  为输出神经元个数。该径向基神经网络的整个进化串编码的总长度为  $L = 2l_1 + l_1 \times l_2$ ,  $l_2$  由具体问题的输出参数个数决定,  $l_1$  为径向基中心个数, 其等于径向基基宽数也等于隐层神经元个数。

### 2.2 进化计算的关键参数自适应调整方案

在高斯径向基函数神经网络的进化算法构成过程中, 进化算法关键参数的选择相当重要, 传统的进化算法常采用固定参数的方法, 这将不利于提高进化速度, 同时因该算法采用分区实数编码, 故在进化过程中自适应地动态调整进化群体的规模  $N_{ini}$ 、交叉概率  $P_c$ 、变异概率  $P_m$  等参数至关重要, 它将决定着高斯径向基神经网络模型构建速度。尤其是构成高斯径向基中心值、基宽值及隐层同输出层连接权值的任一项目的微小变化, 均将导致整个进化计算适应度值的变化, 故在群体进化过程中自适应调整进化的关键参数显得尤为重要, 当进化过程中每代平均适应度的值持续  $N$  代几乎不变且  $N$  大于某一事先设置的常数  $N_{frozen}$  时, 其交叉概率  $P_c$ 、变异概率  $P_m$ 、群体的规模  $N_{ini}$  动态调整如下:

$$P_c = P_{c0} + \frac{N - N_{frozen}}{N} (\alpha - P_{c0}), \quad (3)$$

$$P_m = P_{m0} + \frac{N - N_{frozen}}{N} (\beta - P_{m0}), \quad (4)$$

$$N_{ini} = N_{ini0} + \frac{N - N_{frozen}}{N} (\gamma - N_{ini0}), \quad (5)$$

其中:  $N_{frozen}$  为一整数常量;  $P_{c0}$ 、 $P_{m0}$ 、 $N_{ini0}$  分别为初始的交叉概率、变异概率、初始群体规模;  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  为实常数。

交叉运算是产生新个体的主要方法, 它决定进化算法的全局搜索能力, 故在进化的早期应采用大概率而进化的后期应采用小概率, 这样易于达到全局收敛性能, 即  $\alpha \leq$

$P_{c0}$ . 变异运算决定进化算法的局部搜索能力,当变异概率  $P_m$  很小时,易产生未成熟收敛;而增大  $P_m$  值,使解空间保持多样性.搜索过程可以跳出局部极值点而收敛到全局最优解.故要求  $\beta \leq P_{m0}$ . 对于群体的规模,在进化早期可取较小的值以减小搜索空间,在快收敛时应取较大的值,以防止出现局部收敛.故要求  $\gamma \gg N_{in0}$ .

### 2.3 高斯径向基神经网络模型的构建算法

步骤1 设置初始隐层节点数  $l_1$  的值,并设计数器  $t = 1$ .

步骤2 构建隐层节点以及高斯径向基中心、基宽以及连接权值,具体步骤为:

步骤2.1 初始化,即各分区编码的初始化,进化计算控制参数的初始化(包括  $P_{c0}$ ,  $P_{m0}$ ,  $N_{in0}$ ,  $N_{frozen}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ),群体规模  $p_0(N, L)$ 、编码串长度  $L$  的初始化,在  $(-1, 1)$  范围内随机设置初始连接权值.

步骤2.2 进化群体位串的解码操作.将所有进化编码串转化为分区对应的高斯径向基函数网络模型.

步骤2.3 计算群体的个体适应度.而进化算法的评价函数是算法指导搜索的关键信息.评价函数要能有效地指导搜索沿着优化参数组合的方向,逐渐逼近最佳参数组合,而不会导致搜索不收敛或陷入局部最优的状况.将初始群体  $p_0(N, L)$  中的每一码串进行解码,从而组成  $N$  个高斯径向基神经网络,其中每个码串的  $U_1$  区确定径向基函数中心、 $U_2$  区确定径向基函数基宽、 $U_3$  区确定隐层同输出层间神经元的连接权值.其结构对应关系由  $U_1 U_2 U_3$  编码串下标对应关系确定.以设计问题的所有训练样本集为每一个网络的输入和期望输出,计算期望输出  $y(x_i)$  与实际输出  $\hat{y}(x_i)$  的平均误差平方和  $E^i(x_i)$ ,并将  $E^i(x_i)$  作为进化计算的评价函数.

$$E^i(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{l_2} (y(x_i) - \hat{y}(x_i))^2, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

式(6)中  $E^i(x_i)$  表示第  $i$  个训练样本的平均误差平方和,  $m$  为网络输入输出样本对个数,  $l_2$  为输出层节点个数.

步骤2.4 判断进化过程中每代平均适应度的值持续  $N$  代几乎不变且  $N$  大于某一事先设置的常数  $N_{frozen}$  是否存在.如存在,则依据式(3)、式(4)以及式(5)调整进化个体的交叉、变异概率以及群体的规模值.

步骤2.5 判断  $E^i(x_{i+1}) - E^i(x_i) \leq \delta$ ,  $\delta$  为事先设定的常数.如果该式成立,则转步骤2.10,否则转步骤2.6.

步骤2.6 选择操作.将所有的训练样本对通过式(6)计算各个体的评价函数值以决定该个体是否被选为下一代进化群体.

步骤2.7 交叉操作.在进化群体中,随机选取一对个体  $Z_i$  和  $Z_{i+1}$ ,并按照式(7)对两个体进行交叉操作,产生的新个体记为  $A$  和  $B$ .

$$\begin{cases} A = Z_i + \lambda(Z_{i+1} - Z_i), \\ B = Z_{i+1} + \lambda(Z_i - Z_{i+1}), \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中  $\lambda$  为  $[0, 1]$  间的随机数.因该分区编码不同部分代表径向基网络的不同结构,受编码不同部分取值的限制,对新产生的个体需进行可行性检验,保留其中可行的子个体.若其中有不可行的子个体,则需要新产生随机数  $\lambda$ ,重新进行交叉操作,直到获得两个可行的子个体为止.

步骤2.8 变异操作.对每一变异父个体用  $Z = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  表示,并按式(8)进行变异操作.

$$C = Z + GH, \quad (8)$$

式(8)中  $H$  为在  $m$  维实空间  $\mathbf{R}^m$  中随机产生的一个变异方向,检验新变异产生的个体  $C$  的可行性,如可行,则用新产生的个体  $C$  代替  $Z$ ,如不可行,则在  $(0, G)$  间重新选择随机数  $G$ ,直到获得的变异个体可行为止.

步骤2.9 形成新一代进化群,转步骤2.2.

步骤2.10 解码操作.输出获得的最终高斯径向基函数网络结构,即网络的各个中心参数值、各个径向基基宽以及隐层神经元同输出层神经元的连接权.同时记录该网络结构的中心、基宽、所有连接权以及最小评价函数值  $E^i(x_i)$ .

步骤3 判断是否构建新的隐层节点  $N$ ,如果不构建,转步骤4,否则转步骤2,并使计数器  $t = t + 1$ .

步骤4 比较不同隐层节点数所获得的最小评价函数值  $E^i(x_i)$ ,并输出最小  $E^i(x_i)$  所对应的网络结构信息.

## 3 高斯径向基神经网络模型的应用实例

该方法构建的高斯径向基神经网络模型主要用在对设计问题的模型构建上,而常见的设计问题构建模型有两类,其一是有具体表达式的模型,其二是训练样本对而无具体表达式的设计问题,为验证本文所提方法在构建模型方面的正确有效性,采用第一种设计问题的模型构建方法,即采用2个 Benchmark 的典型问题进行测试,分别为 Rastrigin's Function  $f_1(x)$  以及 Griewank Function  $f_2(x)$ .

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{30} (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), |x_i| \leq 5.12,$$

$$f_2(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \prod_{i=1}^{30} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, |x_i| \leq 600.$$

在每一次实验过程中,采用 Intel Core i3-2120, 3.30 GHz CPU,并在 Matlab 7.0 编程环境下进行实验,并且对每一种问题的不同隐层节点数均在进化计算时统计独立运行 50 次实验的结果为最终结果.

对于进化计算早期的初始设置为  $P_{c0} = 0.6$ ,  $P_{m0} = 0.05$ ,  $N_{in0} = 20$ ,  $\delta = 0.05$ ;在进化后期  $N_{frozen} = 5$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\beta = 0.02$ ,  $\gamma = 1000$ .对于函数  $f_1(x)$  的高斯径向基模型隐层节点数分别设为 7, 8, 9, 10 四种节点数进行实验,对于函数  $f_2(x)$  的高斯径向基模型隐层节点数分别设为 15, 16, 19, 21 四种节点数进行实验,两种实验的进化时间、进化代数、最小适应度值以及均方根误差分别如表1、表2所示.

对于第一个设计问题,从表1中对比数据可看出,当隐层节点数为8个时,最终获得该设计问题的模型的均方根

误差最小,即该高斯径向基网络模型精度最高,该方法获得的最好解同文献[8]采用混沌蚁群函数优化方法获得解的精度 0.103 5 还要高.而对于第二个设计问题,从表 2 中对比数据看出,当隐层点数为 21 个时,最终获得该设计问题的模型的均方根误差最小,即该高斯径向基网络模型精度最高,该方法获得的最好解同文献[8]采用混沌蚁群函数优化方法获得解的精度 0.004 3 还要高.

表 1  $f_1(x)$  的实验结果对比表

Tab. 1 Comparison results of  $f_1(x)$

隐层节点数 $l_1$	进化时间/s	进化代数	最小适应度值	均方根误差
7	10.8	1 235	0.063 5	0.019 2
8	16.3	1 200	0.047 2	0.000 9
9	35.1	518	0.146 7	0.003 4
10	49.5	900	0.119 5	0.007 9

表 2  $f_2(x)$  的实验结果对比表

Tab. 2 Comparison results of  $f_2(x)$

隐层节点数 $l_1$	进化时间/s	进化代数	最小适应度值	均方根误差
15	62.9	1 132	0.137 1	0.021 5
16	81.2	1 295	0.146 1	0.018 3
19	100.7	1 208	0.031 9	0.005 6
21	158.9	1 238	0.020 6	0.000 8

从表 1、表 2 中数据也可看出,隐层节点数取多少与具体的设计问题有关,很难确定隐层节点数同模型精度的定量关系.图 2、图 3 分别给出了  $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$  在不同隐层节点数下进化代同进化个体最小评价函数的关系图,从两图中也可看出,隐层节点数越多,其进化的时间越长,但对于不同的设计问题,也难确定隐层节点数同模型精度的定量关系.

#### 4 结论

构建了高斯径向基网络中心、宽度、连接权混合分区进化计算的编码方案,量化了进化算法操作算子关键参数的自适应调整方案,给出了基于进化计算的高斯径向基神

#### 参考文献:

[1] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2004.  
 [2] 刘道华,张礼涛,曾召霞,等.基于正交最小二乘法的径向基神经网络模型[J].信阳师范学院学报:自然科学版,2013,26(3):428-431.  
 [3] 张占南.基于RBF神经网络的 $\gamma$ 能谱分析[D].大连:辽宁师范大学,2011.  
 [4] Shi D, Yeung D S, Gao J. Sensitivity analysis applied to the construction of radial basis function networks[J]. Neural Networks, 2005(18): 951-957.  
 [5] 王华秋.一种改进型径向基神经网络的研究及应用[D].重庆:重庆大学,2003.  
 [6] 龙文,梁昔明,龙祖强,等.基于混合进化算法的RBF神经网络时间序列预测[J].控制与决策,2012,27(8):1265-1268.  
 [7] Lee C Y, Yao X. Evolutionary programming using mutations based on the levy probability distribution[J]. IEEE transactions evolutionary computation, 2004, 8(1): 1-13.  
 [8] Li Y Y, Wen Q Y, Li L X. Modified chaotic ant swarm to function optimization[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2009, 16(1): 58-63.

责任编辑:郭红建

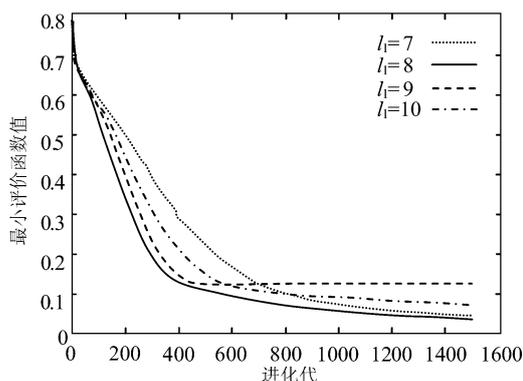


图 2  $f_1(x)$  的进化曲线图

Fig. 2 The evolution curve for  $f_1(x)$

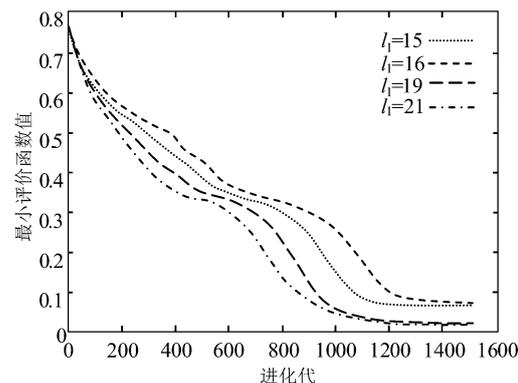


图 3  $f_2(x)$  的进化曲线图

Fig. 3 The evolution curve for  $f_2(x)$

神经网络构建步骤,采用 2 个 Benchmark 测试函数验证该方法的有效性,并从不同设计问题的不同隐层节点构建的模型中获得最高精度的模型参数,但该设计问题只验证了相同设计训练样本数下构建的模型,在以后的研究中,有待进一步测试同一设计问题在不同训练样本下、不同隐层节点数下构建模型的精度,其次是神经网络这种连接机制更有利于用在无固定表达式的样本做模型构建,这方面的实例测试也有待进一步深入研究.